

Probabilidades y Estadística (C)

Test de hipótesis (distribución normal, test para la media, varianza conocida)

El peso medio de calcio en un cemento estándar es de $94g/kg$. Se desea estudiar el peso medio de calcio en un cemento contaminado con plomo. Para ello, se toman 16 muestras de cemento contaminado, dando como resultado un promedio muestral de peso medio de calcio de $87g/kg$. Se sabe que las mediciones de calcio siguen una distribución normal con desvío estándar $\sigma_0 = 13g/kg$.

1. Se quiere saber si la presencia de plomo afectó el peso medio de calcio en el cemento. ¿Qué hipótesis se deben testear para responder a esta pregunta?
2. Si se tuviera la información adicional de que el peso medio de calcio solo puede disminuir frente a la presencia de plomo, ¿cuál sería el test correcto en este caso? Proponer un test de nivel 5%. ¿Cuánto vale el p-valor en este caso?
3. Repita lo realizado en el inciso anterior con niveles 1% y 10%.
4. Hallar la potencia del test hallado en el inciso 2 si el verdadero peso medio de calcio del cemento contaminado es de $90g/kg$. Hallar la función de potencia del test.
5. Hallar el tamaño de la muestra para que la potencia del test sea de 0.90 cuando el peso medio de calcio del cemento contaminado es de $90g/kg$.
6. Suponer $\mu = 90$ y hallar n tal que el error de tipo II sea menor a 0.01.
7. Responder a la pregunta del inciso 1 con un test de hipótesis de nivel del 1%, definiendo claramente las variables aleatorias, los parámetros de interés y las hipótesis en cuestión. Escriba su conclusión en los términos del problema. Repita lo realizado a nivel 5%.
8. Calcular el p-valor para el test del inciso anterior.
9. Hallar un intervalo de confianza para el peso medio de calcio del cemento contaminado de nivel 99%. ¿Qué relación guarda con lo realizado en el inciso 7?