Análisis Numérico

Segundo Cuatrimestre 2018

TP 1 - Tema 3: Ecuación de Burger con Métodos espectrales.

El objetivo de este trabajo es resolver la ecuación de Burgers en una dimensión

$$u_t + uu_x = \varepsilon u_{xx}$$

con condiciones de borde periódicas en $[0, 2\pi]$, utilizando un método explícito en el tiempo, comparando los resultados arrojados por métodos usuales con los que se obtienen mediante métodos espectrales.

1. Implementar un programa que haga diferencias forward para la derivada temporal y los operadores usuales de diferencias centradas de orden 2 para las derivadas espaciales.

2. Implementar un programa que resuelva la ecuación usando transformada de Fourier para calcular las derivadas espaciales y un método de Runge-Kutta de orden 4 para la resolución de la ecuación:
$$u_t = F(u),$$
Donde F es el operador que aproxima las derivadas espaciales.

   Por ejemplo, un método de Runge-Kutta estandar para la resolución de la ecuación

$$y' = f(t, y),$$

   está dado por la iteración:

$$\begin{aligned}
K_1 &= f(t_i, y_i);\\
K_2 &= f\left(t_i + \frac{\Delta t}{2}, y_i + \frac{\Delta t}{2} K_1\right);\\
K_3 &= f\left(t_i + \frac{\Delta t}{2}, y_i + \frac{\Delta t}{2} K_2\right);\\
K_4 &= f\left(t_i + \Delta t, y_i + \Delta t K_3\right);\\
y_{i+1} &= y_i + \frac{\Delta t}{6}\left(K_1 + 2K_2 + 2K_3 + K_4\right);
\end{aligned}$$

Utilizar como dato inicial $u_0(x) = cos(x)$. Estudiar el comportamiento de los programas para distintos valores de $\varepsilon << 1$, y distintos parámetros h y Δt.