

Clase práctica 14 12/10 Proba (M)

Ejercicio 1. Una gallina pone una cantidad N de huevos, donde $N \sim P(\lambda)$. De cada huevo nace un pollito con probabilidad p independiente de los demás. Sea K el número de pollitos que nacieron de los huevos puestos por la gallina.

1. Hallar $p_{K|N=n}$ para cada $n \in \mathbb{N}_0$, $p_{K,N}$ y p_K .
2. Calcular $\mathbb{E}(K|N)$.
3. Calcular $\mathbb{E}(K)$ de dos modos distintos.
4. Calcular $\mathbb{E}(N|K)$ y deducir a partir de este cálculo $\mathbb{E}(N)$.

Ejercicio 2. Una moneda sale cara con probabilidad p . Sea X_n la cantidad de tiradas de la moneda que son necesarias para obtener una racha de n caras consecutivas. Probar que $\mathbb{E}(X_n) = \sum_{k=1}^n \frac{1}{p^k}$.

Ejercicio 3. Sea (X, Y) un vector aleatorio continuo con densidad $f_{XY}(x, y) = x(y-x)e^{-y}I_{[0,y]}(x)$.

1. Mostrar que $f_{X|Y=y}(x) = 6x(y-x)y^{-3}I_{[0,y]}(x)$.
2. Mostrar que $f_{Y|X=x}(y) = (y-x)e^{x-y}I_{[0,y]}(x)$.
3. Probar que $\mathbb{E}(X|Y) = \frac{Y}{2}$ y que $\mathbb{E}(Y|X) = X + 2$.

Ejercicio 4. El *Craps* es un juego de azar con las siguientes reglas. Inicialmente se tiran dos dados, si la suma de los dados es 2, 3 o 12 el jugador pierde. Si la suma es 7 o 11 el jugador gana. Si la suma es otro número i , el jugador sigue tirando los dados hasta sacar una suma igual a i o 7. Si saca i gana y si saca 7 pierde. Sea T el número de tiradas del par de dados en el juego *Craps*.

1. Hallar $\mathbb{E}(T)$.
2. Hallar la probabilidad de ganar en el *Craps*.