1. Dos dados equilibrados se tiran de manera independiente. Denotemos por N_1 y M_1 a la primera vez que se obtiene un as como resultado para el primer y segundo dado, respectivamente. Hallar las distribuciones de $N = \max(N_1, M_1)$ y $M = \min(N_1, M_1)$.

2. Una madre tiene tres hijos bebés. Todas las noches a la misma hora los acuesta a dormir a los tres en sus respectivas cunas e inmediatamente después se acuesta a dormir ella. Si alguno de los hijos se despierta llorando durante la noche, la madre se despertará también para asistirlo. La cantidad de horas de sueño corridas antes de despertarse llorando que tiene cada uno de los bebés es una variable aleatoria exponencial de parámetro $\frac{1}{9}$ y la falta de sueño de cualquiera de los bebés no interfiere con el sueño de los restantes.

   a) Hallar la función de densidad de la v.a. que mide la cantidad de horas corridas que duerme la madre desde que se acuesta hasta que la despierta el llanto de alguno de sus bebés.

   b) Calcular la probabilidad de que alguno de los tres bebés duerma más de nueve horas de corrido.

   c) ¿Cuál es la probabilidad de que la madre duerma al menos nueve horas de corrido?

3. Se sabe que una proporción p de los pacientes que ingresan a un hospital presentando determinados síntomas sufren de una cierta enfermedad. El diagnóstico final de la misma depende de un análisis de sangre. Sin embargo, como los análisis individuales son caros, el hematólogo espera hasta que n pacientes presentando los síntomas lo visiten. Entonces mezcla la sangre de los n pacientes y le hace el análisis. Si ninguna de las n personas está enferma, el análisis sobre la muestra de la mezcla de sangre es negativo. Por otro lado, si alguno de los pacientes está enfermo, entonces el análisis dará positivo, y el hematólogo deberá hacer análisis individuales para determinar cuál de los pacientes posee la enfermedad.

   a) Hallar la probabilidad de que el análisis sobre la sangre mezclada dé negativo.

   b) Determinar la función de probabilidad puntual del número de análisis que debe hacer el hematólogo sobre los n pacientes.

   c) ¿Es realmente conveniente emplear el método para analizar las muestras del hematólogo en contraposición a realizarle un análisis a cada uno de los pacientes si lo que se busca es minimizar los costos?

4. Calcular la esperanza y la varianza de la distribución $\Gamma(\alpha, \lambda)$.

5. Sea X la variable aleatoria con distribución $Exp(\lambda)$, con $\lambda = \frac{1}{100}$,

   $$X = \text{ peso de una roca extraida de una mina (Tn.)}$$

   Se dispone de una balanza que pesa hasta 200 toneladas. Sea Y la variable aleatoria

   $$Y = \text{ peso de la roca en la balanza} = \begin{cases} X & \text{si } 0 \leq X \leq 200 \\ 200 & \text{si } X > 200 \end{cases}$$

   Hallar $E(Y)$.