

Clase práctica 3 24/08 Proba (M)

Ejercicio 1. Algo de genética: Las cualidades heredables se codifican en los genes. Todas las células del cuerpo, excepto las reproductivas, llevan una copia de la carga genética propia. Los genes vienen de a pares. La mayor parte de las características observables depende de varios pares de genes. Hay algunas (pocas, como el color de ojos, el hecho de ser zurdo, y algunas otras) que son determinadas por un sólo par de genes. Un bebé recién nacido recibe exactamente uno de los miembros de cada gen de cada uno de sus padres, mientras que los dos genes de cada padre tienen igual probabilidad de ser transmitidos a su bebé. Esto para cada gen y para cada hijo de manera independiente. Los genes relacionados con el albinismo se denotan por A y a . Solamente aquellas personas que reciben el gen a de ambos padres será albino. Las personas que tengan el par Aa serán de aspecto normal y, como pueden legar el rasgo a sus hijos, se llaman portadores. Supongamos que una pareja de aspecto normal tiene dos hijos, exactamente uno de los cuales es albino.

a) Cuál es la probabilidad de que el hijo no albino sea portador?

Supongamos que el hijo no albino se casa con una persona que se sabe que es portadora de albinismo.

b) Cuál es la probabilidad de que su primer hijo sea albino?

c) Cuál es la probabilidad condicional de que su segundo hijo sea albino dado que el primero no lo es?

Ejercicio 2. Dos fábricas A y B producen relojes. La probabilidad de que un reloj producido por la fábrica A sea defectuoso es $0,4$ mientras que la de uno producido por la fábrica B es $0,2$. El funcionamiento de cada reloj es independiente del de los demás relojes producidos por la misma fábrica. Un vendedor recibe un container lleno de relojes de alguna de las dos fábricas, pero no sabe de cuál provino. Dicho container tiene igual probabilidad de provenir de cualquiera de las dos fábricas.

a) El vendedor elige un reloj al azar del container y revisa si funciona. Funciona!

i. Cuál es la probabilidad de que el segundo reloj que revise funcione?

ii. Son $F_1 = \{\text{El primer reloj funciona}\}$ y $F_2 = \{\text{El segundo reloj funciona}\}$ eventos independientes?

b) Un cliente le compra 4 relojes al vendedor. Hallar la probabilidad de que el container venga de la fábrica A si el cliente encuentra exactamente 2 relojes defectuosos entre los de su compra.

c) Otro vendedor de relojes trabaja del siguiente modo: cuando recibe un pedido elige (con igual probabilidad) alguna de las dos fábricas y compra el reloj pedido en alguna de las dos fábricas. Si el pedido es de más de un reloj, repite el experimento anterior de manera independiente: es decir, sortea tantas veces la fábrica como relojes le pidan, de manera independiente, y luego compra cada reloj en la fábrica elegida. Éste vendedor recibe un pedido de 4 relojes. Hallar la probabilidad de que haya exactamente dos relojes defectuosos entre los 4 vendidos.

Ejercicio 3. (Esquema de Pólya) De un bolillero que contiene B bolillas blancas y R rojas se extraen sucesivamente y al azar n bolillas, devolviendo en cada instancia la bolilla extrada al bolillero junto con otras c bolillas del mismo color. Para cada k definimos los eventos

$$R_k = \{\text{La } k\text{-ésima bolilla es roja}\}, \quad B_k = \{\text{La } k\text{-ésima bolilla es blanca}\}$$

a) Probar que para todo k , $P(R_k) = \frac{R}{R+B}$. Sugerencia: Condicionar respecto de un evento adecuado que permita hacer inducción en k .

b) Probar que para todo $s < k$ se tiene

$$P(R_s \cap R_k) = \frac{R(R+c)}{(R+B)(R+B+c)}, \quad P(R_s \cap B_k) = \frac{RB}{(R+B)(R+B+c)}$$

Sugerencia: Para $s = 1$ es fácil, luego hacer inducción en s .

c) Son R_s y R_k independientes si $s \neq k$?