

Clase práctica 10 18/09 Proba (M)

Ejercicio 1. Sea (X, Y) un vector aleatorio continuo con función de densidad conjunta

$$f_{XY}(x, y) = \begin{cases} k \frac{x^2}{y^2} & 0 < x < 1, x^2 < y < 1 \\ 0 & \text{c.c.} \end{cases}$$

- Hallar el valor de k .
- Calcular f_X y f_Y .
- Decidir si X e Y son independientes.
- Calcular $P(X < Y)$.

Ejercicio 2. Sea (X, Y) un vector aleatorio continuo con función de densidad conjunta

$$f_{XY}(x, y) = \begin{cases} \frac{1}{2x^2} & -1 < x < 1, 0 < y < x^2 \\ 0 & \text{c.c.} \end{cases}$$

- Hallar f_X y f_Y . Son X e Y independientes?
- Probar que $\frac{Y}{X^2}$ tiene distribución $U[0, 1]$ y es independiente de X .
- Hallar la densidad conjunta del vector $(X^2, \frac{Y}{X^2})$.

Ejercicio 3. Se eligen de manera independiente dos puntos al azar U_1 y U_2 en el intervalo $(0, 1)$, partiendo a éste en tres subintervalos aleatorios I_1, I_2 y I_3 .

- Probar que las longitudes de los tres intervalos tienen la misma distribución y hallarla.
- Calcular la probabilidad de que la longitud de I_1 supere al doble de la longitud de I_3 .