

## Clase práctica 10 18/09 Proba (M)

**Ejercicio 1.** Sea  $(X, Y)$  un vector aleatorio continuo con función de densidad conjunta

$$f_{XY}(x, y) = \begin{cases} k \frac{x^2}{y^2} & 0 < x < 1, x^2 < y < 1 \\ 0 & \text{c.c.} \end{cases}$$

- Hallar el valor de  $k$ .
- Calcular  $f_X$  y  $f_Y$ .
- Decidir si  $X$  e  $Y$  son independientes.
- Calcular  $P(X < Y)$ .

**Ejercicio 2.** Sea  $(X, Y)$  un vector aleatorio continuo con función de densidad conjunta

$$f_{XY}(x, y) = \begin{cases} \frac{1}{2x^2} & -1 < x < 1, 0 < y < x^2 \\ 0 & \text{c.c.} \end{cases}$$

- Hallar  $f_X$  y  $f_Y$ . Son  $X$  e  $Y$  independientes?
- Probar que  $\frac{Y}{X^2}$  tiene distribución  $U[0, 1]$  y es independiente de  $X$ .
- Hallar la densidad conjunta del vector  $(X^2, \frac{Y}{X^2})$ .

**Ejercicio 3.** Se eligen de manera independiente dos puntos al azar  $U_1$  y  $U_2$  en el intervalo  $(0, 1)$ , partiendo a éste en tres subintervalos aleatorios  $I_1, I_2$  y  $I_3$ .

- Probar que las longitudes de los tres intervalos tienen la misma distribución y hallarla.
- Calcular la probabilidad de que la longitud de  $I_1$  supere al doble de la longitud de  $I_3$ .