

1. Sea  $X \sim \mathcal{E}(\lambda)$  tal que  $P(X < 2) = 0,4$  e  $Y \sim \Gamma(2, 1)$ , hallar:

- a)  $\lambda$
- b) la mediana de  $X$
- c)  $P(X \geq 7 | X > 5)$
- d)  $P(2 < Y < 4)$

2. Sea  $X$  una variable aleatoria continua con densidad:

$$f_X(x) = 3\lambda^3 x^2 e^{-(\lambda x)^3} I_{(0,+\infty)}(x)$$

- a) Hallar la función de densidad de  $Y = X^3$ . ¿A qué familia de distribuciones pertenece  $Y$ ?
- b) Determinar para qué valor de  $\lambda$  se cumple  $E[-5X^3 + 20] = -20$
- c) Para  $\lambda^3 = 2$  calcular  $E[Y^5]$   
Supongamos que la variable definida en el ítem a) representa el tiempo en miles de horas que dura un fusible, y que los fusibles se venden en cajas de 20 unidades.
- d) Hallar el valor del parámetro  $\lambda$  para que la probabilidad de que por lo menos un fusible de una caja funcione más de 2000 hs sea mayor o igual que 0.99.
- e) Sea  $\lambda^3 = 2,5$ . Hallar la probabilidad de tener que revisar 10 cajas hasta hallar dos en las cuales al menos un fusible funcione más de 2000 horas.

3. Sea  $X$  una variable aleatoria con función de densidad

$$f_X(x) = \frac{5e^{-5(\sqrt{x-2}-3)}}{2\sqrt{x-2}} I_{(11,+\infty)}(x)$$

Hallar la distribución de  $Y = \sqrt{X-2} - 3$

4. Un comerciante vende ejes en cajones de 250 unidades, de las cuales 50 son producidas por la máquina 1 y tienen longitud  $X$ , y el resto son producidas por la máquina 2 y tienen longitud  $Y$ . Si  $X$  e  $Y$  son variables aleatorias continuas con funciones de densidad

$$f_X(x) = \begin{cases} 2(x-1) & \text{si } 1 \leq x \leq 2 \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

$$f_Y(y) = \begin{cases} e^{-(y-1)} & \text{si } 1 \geq y \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

- a) Hallar la función de densidad de la variable aleatoria  $Z =$  longitud de un eje elegido al azar de la caja
- b) Si se elige un eje al azar que mide más de 1.8, ¿Cuál es la probabilidad de que haya sido producido por la máquina 1?