

Probabilidad y Estadística (C)

Clases Prácticas 21 y 22: Intervalos de confianza.

1. Se supone que la longitud de cierto tipo de eje tiene distribución normal con desvío standard $\sigma = 0.05$ mm. Se toma una muestra de 20 ejes y se sabe que la longitud media es de 52.3 mm.
 - (a) Hallar intervalos de confianza para la longitud media de nivel 0.90, 0.95, 0.99. Comparar los intervalos hallados.
 - (b) Repetir el ítem anterior con $\sigma = 0.1$. Comparar con los intervalos hallados en el ítem anterior.
 - (c) Qué tamaño debiera tener la muestra para que la longitud media del intervalo sea menor que $\sigma/10$

2. La nota de una prueba de aptitud sigue una distribución normal. Una muestra aleatoria de nueve alumnos de la ciudad arroja los resultados siguientes: 5 8.1 7.9 3.3 4.5 6.2 6.9 7.5 9.1
 - (a) Hallar un intervalo de confianza para la nota media de los alumnos de la ciudad.
 - (b) La nota media de todos los alumnos de la ciudad en ese mismo examen el año anterior es 7.50. Le parece que hay motivos para afirmar que la nota media de los alumnos ha cambiado con respecto al año anterior?

3. Sean X_1, \dots, X_n variables aleatorias i.i.d con función de densidad dada por

$$f_X(x, \theta) = \frac{2}{\theta x} e^{2 \log x / \theta} I_{(0,1)}(x) \quad \theta > 0$$

- (a) Verificar que $Y_i = -4 \log \frac{X_i}{\theta}$ tiene distribución $\varepsilon(1/2)$.
 - (b) Hallar la distribución de $\sum_{i=1}^n Y_i$.
 - (c) Hallar un intervalo de confianza de nivel $1 - \alpha$ para θ .
 - (d) Se tienen 10 observaciones de un variable aleatoria con densidad f_X tales que $\prod_{i=1}^n X_i = 0.1$. Hallar un intervalo de confianza de nivel 0.90 para θ .
4. Sean X_1, \dots, X_n variables aleatorias i.i.d con función de densidad dada por

$$f_X(x, \theta) = \frac{2x}{\theta^2} I_{(0,\theta)}(x) \quad \theta > 0$$

- (a) Hallar la distribución de $T = \max_{1 \leq i \leq n} \frac{X_i}{\theta}$.
- (b) Hallar dos intervalos de confianza de nivel $1 - \alpha$ para θ basados en T . ¿Qué intervalo le parece que tendrá menor longitud?
- (c) El tiempo que un banco demora en atender a un cliente es una variable aleatoria con densidad f_X . Se reliza un estudio en el que se recogen los tiempos de espera de 20 clientes obteniéndose:

0.11	4.22	2.1	1.67	2.33	1.33	0.21	4.30	1.20	1.02
2.56	2.22	1.51	4.36	3.42	1.45	2.14	3.21	1.21	0.31

Hallar dos intervalos de confianza para el tiempo estimado de espera en este banco basados en las observaciones dadas y comparar sus longitudes.

5. En un determinado barrio se seleccionó una muestra aleatoria de 100 personas. El ingreso medio de esas 1000 personas resultó ser de 10060 pesos, con un desvío standard muestral de 40000 pesos. Hallar un intervalo de confianza para el ingreso mensual medio del barrio.
6. Sean X_1, \dots, X_n variables aleatorias i.i.d con función de densidad $\varepsilon(\lambda)$
 - (a) Hallar dos intervalos de confianza de nivel asintótico $1 - \alpha$ para λ .
 - (b) Idem para $\frac{1}{\lambda}$. Cuál de los dos intervalos propuestos conviene si se usa como criterio elegir al de menor longitud esperada?