

## Probabilidad y Estadística (C).

### Clase Práctica 12: Vectores Aleatorios (i).

1. Una urna contiene 15 bolitas Blancas y 10 Negras. Se extraen **tres** bolitas sin reposición y se definen las v.a.  $X = \mathbf{1}_{\{\#B \text{ par}\}}$  e  $Y =$  “Cantidad de bolitas negras extraídas”
  - a) Hallar  $p_{XY}$  y  $F_{XY}$ .
  - b) Calcular las marginales.
  - c) ¿Son independientes  $X$  e  $Y$ ?

2. Sea  $(X, Y)$  un vector aleatorio con densidad conjunta

$$f_{XY}(x, y) = c \frac{x^2}{y^2} \mathbf{1}_{[-1,1]}(x) \mathbf{1}_{(x^2, +\infty)}(y)$$

- a) Hallar  $c$ .
  - b) Hallar  $f_X$  y  $f_Y$ .
  - c) Calcular  $P(Y \leq 1 | 0 \leq X \leq 1)$ .
  - d) Hallar  $f_{Y|X=\frac{1}{3}}(y)$  y  $P(\frac{1}{10} \leq Y \leq 1 | X = \frac{1}{3})$ .
3. Sea la función de densidad conjunta del vector  $(X, Y)$ :

$$f_{XY}(x, y) = \frac{1}{4}(1 + x^3y - xy^3) \mathbf{1}_R(x, y)$$

Siendo  $R = \{(x, y) : -1 \leq x \leq 1, -1 \leq y \leq 1\}$ .

- a) Probar que  $X$  e  $Y$  son uniformes.
- b) Calcular  $P(X < Y^2)$ .
- c) ¿Son independientes  $X$  e  $Y$ ?