

Ejercicio para entregar N° 1

---

**Instrucciones:**

- Resolver detalladamente el ejercicio que está abajo, que en esta ocasión está basado en el ejercicio 22 de la práctica 2.
- Se sugiere fuertemente tipear las soluciones en  $\text{\LaTeX}$ . Enviar el correspondiente archivo .pdf por mail a [msaucedo@dm.uba.ar](mailto:msaucedo@dm.uba.ar) con asunto **Ejer1**. Excepcionalmente pueden también entregar soluciones escritas a mano llevándolas a clase, pero tienen que estar prolijas y legibles.
- Como tienen bastante tiempo para esta actividad, se pretende que la escritura de las resoluciones que entreguen ya esté «pulida». En otras palabras, busquen la manera que les parezca mejor de redactar la solución y organizar lógicamente los argumentos. Tengan en cuenta que deben redactar un texto, y por lo tanto aplican las mismas reglas que para textos no matemáticos. En particular recuerden terminar todas las oraciones con un punto (incluso si lo último es una fórmula o ecuación), separen en párrafos cuando sea conveniente, y no abusen de los símbolos matemáticos.
- En todos los casos, la fecha límite de entrega es: **Viernes 15 de Septiembre**.

**Ejercicio.** Sean  $p_1, p_2, \dots, p_n \in \mathbb{N}$  primos distintos. Sea  $E = \mathbb{Q}(\sqrt{p_1}, \sqrt{p_2}, \dots, \sqrt{p_n})$ .

- Probar que  $[E : \mathbb{Q}] = 2^n$ .
- Sean  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n$  números racionales no nulos. Probar que los  $2^n$  números de la forma  $\pm\lambda_1\sqrt{p_1} \pm \lambda_2\sqrt{p_2} \pm \dots \pm \lambda_n\sqrt{p_n}$  son distintos dos a dos.
- Sea  $\alpha = \lambda_1\sqrt{p_1} + \lambda_2\sqrt{p_2} + \dots + \lambda_n\sqrt{p_n}$ . Probar que  $E = \mathbb{Q}(\alpha)$ .