Análisis Numérico - TP 2 - Tema 2: **Problema de convección-difusión.**

Segundo Cuatrimestre de 2017

1. El problema:

Considerar el problema de convección-difusión:

$$
\begin{aligned}
u_t(x,t) = \alpha\Delta_x u(x,t) - \mathbf{v}(x)\cdot\nabla_x u(x,t) \qquad & x\in\Omega,\ t\in[0,T] \\
u(x,t) = 0 \qquad & x\in\Gamma,\ t\in[0,T], \\
\tfrac{\partial u}{\partial\eta}(x,t) = 0 \qquad & x\in\partial\Omega\setminus\Gamma,\ t\in[0,T], \\
u(x,0) = g(x) \qquad &
\end{aligned}
\tag{1.1}
$$

La incógnita u puede interpretarse como la concentración de una cierta sustancia quimíca en un medio. El término $\alpha\Delta_x u$ describe la difusidad: un punto de alta densidad, tenderá a difundir concentración hacia su entorno. α es un coeficiente positivo que modela la difusividad de la sustancia en el medio. El término de transporte $\mathbf{v}\cdot\nabla u$ modela el movimiento del medio, que traslada la sustancia. $\mathbf{v}\in\mathbb{R}^2$ es el vector velocidad; puede ser constante o depender de x.

Formular el problema (1.1) de manera débil e implementar un algoritmo que lo resuelva.

2. Datos

Se proponen dos contextos:

(a) $\Omega = B(0,1)$. Considerar $\mathbf{v} = v(x,y) = (-y,x)$ y $\mathbf{v} = v(x,y) = (-y,x)\|(x,y)\|$, y condiciones de borde dadas por $\Gamma = \emptyset$. Este planteo puede pensarse como el modelado de la disolución de una sustancia en otra al ser mezclada. ¿Qué ocurre si se toma $\Gamma = \partial\Omega$?

(b) Ω un anillo con un agujero (por ejemplo $B((0,0),5)\setminus(B((0,0),2)\cup B((0,3{,}5),0{,}5)))$. $\mathbf{v}$ se toma como en el ítem anterior, y $\Gamma = \partial B((0,3{,}5),0{,}5)$.

Elegir algún dato inicial g apropiado para cada contexto y graficar la solución en función del tiempo.

Generar mallas uniformes, de parámetro h, utilizando el mallador distmesh.