

1. En una ruta hay cinco ciudades numeradas del 1 al 5, cada una separada por 100km de la siguiente. Juan trabaja viajando entre las ciudades y al finalizar el día se encuentra en un punto cualquiera del camino entre la primera y la última ciudad. Suponemos que la probabilidad de que se encuentre en cualquier intervalo es proporcional a la longitud del intervalo.

A la noche va a dormir a la ciudad más cercana. Se define una variable aleatoria  $X =$  número de la ciudad en la que duerme.

- Decidir si  $X$  es una variable aleatoria discreta.
- Hallar las funciones de distribución acumulada y probabilidad puntual de  $X$ .
- Para la variable aleatoria  $Y = 1$  si duerme en la ciudad 1 e  $Y = 0$  si no, hallar la  $p_Y$  y  $F_Y$ .
- Si Juan trabaja 10 días, hallar la probabilidad de que duerma exactamente 5 veces en la ciudad 1.
- Si Juan trabaja 10 días, hallar la probabilidad de que duerma al menos 2 veces en la ciudad 1.
- Si  $Z =$  cantidad de días que trabaja hasta dormir por primera vez en la ciudad 5, hallar  $p_Z$ .
- Si  $W =$  cantidad de días que trabaja hasta dormir dos veces seguidas en la ciudad 5, hallar  $p_W$ .

2. Unos ladrones abren al azar cajas fuertes ubicadas en un banco.

- En el banco hay 20 cajas de las cuales 15 cajas están llenas y el resto están vacías. Si los ladrones abren 10 cajas distintas, calcular la probabilidad de que exactamente 6 de las cajas fuertes abiertas por los ladrones estén llenas.
- Si en cambio hay 2000 cajas fuertes de las cuales 1500 están llenas y el resto vacías, aproximando la distribución de (2a) por una más simple, calcular nuevamente la probabilidad de que 6 de las 10 cajas fuertes que abren estén llenas.
- Suponemos ahora que una caja fuerte cualquiera tiene una probabilidad de  $3/4$  de estar llena y  $1/4$  de estar vacía, en forma independiente una caja de otra. Los ladrones abren 1 caja fuerte por hora, y completan su trabajo del día cuando encuentran 5 cajas fuertes llenas. Hallar la probabilidad de que completen su trabajo en exactamente 8 horas.
- Ídem c) si abren 2 cajas fuertes por hora.

3. Un supermercado tiene dos cajas. La cantidad de clientes por hora que atiende la caja rápida tiene una distribución Poisson de parámetro 5 y la cantidad de clientes de la caja normal tiene distribución Poisson de parámetro 2.

- Hallar la probabilidad de que en 2 horas no se haya atendido a ningún cliente.
- Si se elige una caja al azar y se observa que esta caja atendió 5 clientes, hallar la probabilidad de que la caja elegida sea la caja rápida.