

1. Sea  $X \sim \mathcal{U}[0, 1]$ .

a) Hallar  $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  tal que  $Y \sim \mathcal{U}_{[0,1] \cup [2,3]}$ .

b) Hallar  $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  tal que  $Y \sim Bi(2, 1/3)$ .

2. En el espacio de probabilidad  $((0, 1), \mathcal{B}(0, 1), P)$ , con  $P$  la probabilidad uniforme, se definen las variables aleatorias  $X_n = n1_{[0, 1/n]}$ . Probar que  $X_n$  converge en forma casi segura a  $X \cong 0$ .

3. En el espacio de probabilidad  $((0, 1), \mathcal{B}(0, 1), P)$ , con  $P$  la probabilidad uniforme, se definen los eventos  $A_1 = (0, 1/2)$ ,  $A_2 = (1/2, 1)$ ,  $A_3 = (0, 1/3)$ ,  $A_4 = (1/3, 2/3)$ ,  $A_5 = (2/3, 1)$ ,  $A_6 = (0, 1/4)$ , ... y las variables aleatorias  $X_n = 1_{A_n}$ . Probar que  $X_n$  converge en probabilidad a 0 pero no converge casi seguramente.

4. Sea  $(X_n)_{n \in \mathbb{N}}$  una sucesión de variables aleatorias i.i.d. con densidad

$$f_\theta(x) = e^{-(x-\theta)} 1_{[\theta, +\infty)}.$$

Probar que  $X_n^{(1)} \xrightarrow{p} \theta$ , con  $X_n^{(1)} = \min_{1 \leq i \leq n} X_i$ .

5. Sea  $X \sim Be(1/3)$  y sea  $X_n = (1 + 1/n)X$ . Probar que  $X_n$  converge a  $X$  en probabilidad.

6. Sean  $X_n$  e  $Y_n$  sucesiones de variables aleatorias tales que  $X_n \xrightarrow{dist} X$  e  $Y_n \xrightarrow{dist} Y$ , es cierto que  $X_n + Y_n \xrightarrow{dist} X + Y$ ? (No es cierto.)