

Estadística (Q)

Clase práctica 9 - 2do. cuatrimestre 2016 (Práctica 3 - Ej. 1 a 3)

1. Se quiere medir el número de consumidores de un producto A en una cierta población. Sea p la proporción real de individuos de la población que consumen el producto A. Para estimar p se eligen n personas al azar de la población y se les pregunta si consumen o no el producto A. Sea, para i entre 1 y n ,

$$X_i = \begin{cases} 1 & \text{si la } i\text{ésima persona encuestada dice consumir el producto A} \\ 0 & \text{en otro caso.} \end{cases}$$

Asumimos que las X_i son v.a.i.i.d.

- (a) ¿Cómo estimaría p ?
- (b) Llamando $\bar{X}_n = \frac{\sum_{i=1}^n X_i}{n}$, calcular $E(\bar{X}_n)$ y $\text{Var}(\bar{X}_n)$
- (c) Se desea estudiar cuánto difiere el estimador propuesto en a) del verdadero valor de p . Acotar superiormente la probabilidad de que el estimador difiera de p en más que 0.05 para un n dado. La cota no debe depender de p
¿Que pasa cuando n tiende a infinito?
2. Para medir la longitud de una varilla se utiliza un instrumento que arroja como resultado un valor

$$X = \mu + \varepsilon$$

donde μ es la longitud real de la varilla y ε un error de medición, que asumimos aleatorio. $E(\varepsilon) = 0$ y $\text{Var}(\varepsilon) = \sigma^2$.

Se realizan n mediciones independientes $X_i = \mu + \varepsilon_i$. Sea $\bar{X}_n = \frac{\sum_{i=1}^n X_i}{n}$ el promedio de todas ellas

- (a) Calcular $E(\bar{X}_n)$ y $\text{Var}(\bar{X}_n)$
- (b) Usar la desigualdad de Chebichev para acotar la probabilidad de que \bar{X}_n diste más de 0.1 del valor real μ .
- (c) Determinar cuan grande debe ser n para que $P(|\bar{X}_n - \mu| < 0.1) \geq 0.99$