

## Estadística (Q)

Clase práctica 11 - 2do. cuatrimestre 2016 (Práctica 3, toda)

---

1. Se tienen  $10 \text{ cm}^3$  de cierto mineral y se quiere determinar su peso para poder calcular su densidad. Para ello se cuenta con una balanza que produce errores aleatorios que se distribuyen uniformemente en el intervalo  $[-0.25 \text{ gr}, 0.25 \text{ gr}]$ . Se realizan  $n$  mediciones del peso de dicho mineral y se utiliza el promedio de dichas mediciones para estimar al verdadero peso del mineral. Llamemos  $\mu$  al verdadero (y desconocido) peso del mineral y definamos las variables aleatorias  $X_i =$  "resultado (en gr) de la  $i$ -ésima medición" para  $i = 1, \dots, n$ .
  - (a) Determine  $E(X_i)$  y  $Var(X_i)$  para cada  $i = 1, \dots, n$ ,  $E(\bar{X}_n)$  y  $Var(\bar{X}_n)$ . Defina todas las variables aleatorias y los parámetros involucrados en el problema. Justifique todos sus resultados. ¿Qué ocurre con  $E(\bar{X}_n)$  y  $Var(\bar{X}_n)$  cuando  $n$  tiende a infinito?
  - (b) Se realizan  $n = 15$  mediciones y se quiere determinar de la manera más precisa posible la probabilidad de que el promedio de las 15 mediciones diste del verdadero peso  $\mu$  en menos de  $0,05 \text{ gr}$ . ¿puede calcular de manera exacta dicha probabilidad? Si no, ¿puede calcularla de manera aproximada? Si no ¿puede acotarla inferiormente?
  - (c) Responda a las mismas preguntas del ítem anterior si ahora se realizan  $n = 50$  mediciones.
  - (d) Obtenga una expresión para la probabilidad aproximada de que el promedio de  $n$  mediciones diste de la verdadero peso en menos de  $0,05 \text{ gr}$  en función de  $n$ , asumiendo que  $n > 30$ . Estudie el límite, cuando  $n$  tiende a infinito, de dicha probabilidad.