

Topología

Segundo Cuatrimestre 2015

Ejercicio 3: Conexión y arcoconexión

- a) Sean $\prod X_\alpha$ con la topología producto, $x = (x_\alpha) \in X$. Pruebe que $C_x = \prod C_{x_\alpha}$.
- b) Sea \mathbb{R}^ω con la topología caja. Pruebe que $x \in \mathbb{R}^\omega$ está en la misma componente conexa que la sucesión nula $\mathbf{0}$ si y sólo si x es eventualmente cero.¹ Deduzca que $x, y \in \mathbb{R}^\omega$ están en la misma componente conexa si y sólo si $x - y$ es eventualmente cero.

¹*Sugerencia:* Construya un homeomorfismo entre \mathbb{R}^ω que mande a $\mathbf{0}$ y x a una sucesión acotada y una no acotada respectivamente.