

Repaso - Ejercicios

Proba (C)-2015

Función de Probabilidad

Una probabilidad definida en el espacio muestral \mathcal{S} es una función que a eventos de \mathcal{S} le asigna valores reales, satisfaciendo:

- 1- $0 \leq P(A) \leq 1$
- 2- La probabilidad del espacio muestral es uno: $P(\mathcal{S}) = 1$.
- 3- σ -aditividad: Si tenemos una sucesión $(A_i)_{i \geq 1}$ de eventos disjuntos dos a dos ($A_i \cap A_j = \emptyset$ para $i \neq j$), entonces

$$P(\cup_{i=1}^{\infty} A_i) = \sum_{i=1}^{\infty} P(A_i) .$$

Propiedades: Toda función de probabilidad verifica

- 1) $P(\emptyset) = 0$.
- 2) Aditividad (finita): $(A_i)_{1 \leq i \leq n}$ disjuntos ($A_i \cap A_j = \emptyset$ para $i \neq j$), entonces

$$P\left(\bigcup_{i=1}^n A_i\right) = \sum_{i=1}^n P(A_i).$$

- 3) $P(A^c) = 1 - P(A)$.
- 4) $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$.
- 5) Si $E \subset F$, entonces $P(F) = P(F - E) + P(E)$; $P(E) \leq P(F)$.
- 6) subaditividad $P\left(\bigcup_{i \geq 1} A_i\right) \leq \sum_{i \geq 1} P(A_i)$.

Espacios discretos

- Espacio muestral discreto: $\mathcal{S} = \{a_n : n \geq 1\}$
- Funcin de probabilidad puntual: $p_a = P(\{a\})$
- Probabilidad del evento A :

$$P(A) = \sum_{a \in A} p_a$$

Espacios Equiprobables

- Espacio muestral FINITO $\mathcal{S} = \{a_1, \dots, a_N\}$
- \mathcal{S} tiene N elementos $\#\mathcal{S} = N$
- todos los elementos tienen igual probabilidad: $p_a = \frac{1}{N}, \forall a$.

$$P(A) = \frac{\#A}{\#\mathcal{S}} \quad \text{casos favorables sobre total de casos}$$

- 1- Una pequeña comunidad consta de 20 familias, 4 de las cuales tiene un único hijo, ocho familias tienen dos hijos, cinco familias tienen tres hijos dos tienen cuatro hijos y una tiene 5 hijos.
 - Si se selecciona una familia al azar, cual es la probabilidad de que tenga i hijos, para $i = 1, \dots, 5$?
 - Si se selecciona un niño al azar, cual es la probabilidad de que pertenezca a una familia con i hijos, para $i = 1, 2 \dots, 5$?
- 2- Si se lanzan un dado rojo y otro negro, cual es la probabilidad de que la suma sea igual a i para $i = 2, 3, \dots, 12$?
- 3- Un profesor reparte una lista de diez ejercicios entre sus alumnos y avisa que el examen constará de cinco de los ejercicios de la lista seleccionados al azar. Si un estudiante sabe resolver siete de los diez ejercicios, cual es la probabilidad de que responda bien
 - los cinco ejercicios?
 - al menos cuatro?

Una compañía aseguradora divide a sus clientes dentro de tres clases: alto riesgo, mediano riesgo, y bajo riesgo. Los porcentajes en que están distribuidos estos clientes en su cartera es 20%, 30% y 50% respectivamente. Además, la probabilidad de que un dado cliente tenga un accidente en el corriente año es 0.25 para los de alto riesgo, 0.16 para los de mediano riesgo, y 0.10 para los de bajo riesgo.

1. Encuentre la probabilidad de que un cliente elegido al azar, tenga un accidente en el corriente año.
2. Halle la probabilidad de que un cliente sea de alto riesgo, dado que se sabe que ha tenido un accidente durante el año corriente.

1. En un examen de multiple choice la probabilidad de que un alumno sepa la respuesta es p . Cuando no la sabe elige una de las tres opciones al azar. Hallar la probabilidad de que el alumno responda correctamente una pregunta. Hallar la probabilidad de que el alumno sepa dado que respondió correctamente una pregunta.
2. Asuma que la población de Argentina, Brasil y Chile es de 40, 150 y 22 millones de habitantes, respectivamente. Suponga, además, que la tasa de desempleo en cada uno de los países es del 12, 14 y 9 por ciento. Si se elige un individuo al azar de la región, hallar la probabilidad de que está desempleado. Dado que un individuo está desempleado, hallar la probabilidad de que sea argentino.