Repaso - Ejercicios

Proba (C)-2015

Proceso de Poisson

1- $N_0 = 0$. No hay llamadas acumuladas.

2- Homogeneidad:

$$P(N_{t+s} - N_t = k) \ = \ P(N_s = k) \text{ para todo } s, t \geq 0, \text{ para todo } k \in \mathbb{N}$$

3- Incrementos independientes: si $t_1 < t_2 < \cdots < t_j$, tenemos que

$$P(N_{t_1} = k_1 \ \cap \ N_{t_2} - X_{t_1} = k_2 \ \cap \ \cdots N_{t_j} - N_{t_{j-1}} = k_j) \ = (1)$$
$$= \ P(N_{t_1} = k_1) P(N_{t_2} - N_{t_1} = k_2) \cdots P(N_{t_j} - N_{t_{j-1}} = k_j)$$

para todo $k_i \in \mathbb{N}_0$.

4- Existe $\lambda > 0$ tal que $P(N_h = 1) = \lambda h + o(h)$ y $P(N_h \geq 2) = o(h)$, siendo que $o(h)/h \to 0$ cuando $h \to 0$.

Para cualquier proceso $(N_t)_{t \geq 0}$ satisfaciendo $1 - 4$, vale que $N_t \sim \mathcal{P}(\lambda t)$:

$$P(N_t = k) = \frac{\exp^{-\lambda t} (\lambda t)^k}{k!} \ .$$

Ejercicios

Las tareas llegan a una cola de un sistema de computación con un solo servidor de acuerdo con un proceso de Poisson de parámetro $\lambda = 4$ tareas por minuto. Sea T el tiempo de espera hasta que llegue la primera tarea medido en minutos. Calcule la probabilidad de que a lo sumo haya que esperar 15 segundos hasta que arribe la primera tarea.