Análisis Numérico - TP 2 - **Convección-Difusión**

Segundo Cuatrimestre de 2015

Considerar el problema de convección-difusión:

$$\begin{aligned} u_t(x,t) &= \alpha\Delta_x u(x,t) - \mathbf{v}(x)\cdot\nabla_x u(x,t) && x\in\Omega,\ t\in[0,T] \\ \tfrac{\partial u}{\partial\eta}(x,t) &= 0 && x\in\partial\Omega,\ t\in[0,T], \\ u(x,0) &= g(x) \end{aligned} \tag{1}$$

La incógnita u puede interpretarse como la concentración de una cierta sustancia quimíca en un medio. El término $\alpha\Delta_x u$ describe la difusidad: un punto de alta densidad, tenderá a difundir concentración hacia su entorno. α es un coeficiente positivo que modela la difusividad de la sustancia en el medio. El término de transporte $\mathbf{v}\cdot\nabla u$ modela el movimiento del medio, que traslada la sustancia. $\mathbf{v}\in\mathbb{R}^2$ es el vector velocidad; puede ser constante o depender de x. La condición de Neumann implica que no hay flujo hacia el exterior, es decir: que la cantidad total de sustancia se mantiene constante.

Formular el problema (1) de manera débil e implementar un algoritmo que lo resuelva.

Se proponen dos contextos:

(a) $\Omega=[0,1]\times[0,1]$, $\mathbf{v}=\beta(1,1)$, con $\beta>0$. Este planteo puede pensarse como la concentración de alguna sustancia en el aire de una habitación, con un ventilador encendido en una esquina.

(b) $\Omega=B(0,1)$, $\mathbf{v}=v(x,y)=(-y,x)$. Este planteo puede pensarse como el modelado de la disolución de azúcar en una taza, al ser mezclada.

Elegir algún dato inicial g apropiado para cada contexto y graficar la solución en función del tiempo.

Generar mallas uniformes, de parámetro h, utilizando el mallador distmesh.