

Ejercicios para entregar

Prácticas 5 y 6

Ejercicio 1. Sean $f, \alpha : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$, con f continua y α creciente.

- Probar que existe $c \in [a, b]$ tal que:

$$\int_a^b f d\alpha = f(c)(\alpha(b) - \alpha(a)).$$

- Supongamos que además α es derivable en (a, b) . Sea $\psi : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $\psi(x) = \int_a^x f d\alpha$. Probar que ψ es derivable en (a, b) y $\psi'(x) = f(x)\alpha'(x)$.

Ejercicio 2. Sea $\alpha : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ creciente y continua en 1. Probar que:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \int_0^1 x^n d\alpha = 0.$$