Estadística (Q) Clase 5.
Variables aleatorias continuas + ejercicio discretas para entregar.

---

1. En un juego de tiro al blanco, la distancia al centro (en cm.) que obtiene Juan se considera una variable aleatoria X con la siguiente función de densidad:

$$f_X(t) = \begin{cases} \frac{t}{72} & \text{si } 0 \leq t \leq 12 \\ 0 & \text{en otro caso.} \end{cases}$$

   a) Hallar la probabilidad de que un tiro de Juan diste menos de 1 cm. del blanco.

   b) Hallar F_X.

   c) Hallar $\mathbb{E}(X)$ y $Var(X)$.

   d) Hallar el percentil o cuantil 0.90 de la distribución X.

   e) En el pub se organiza un juego que otorga un premio de $50 - X$ para cada lanzamiento al blanco, donde X es la distancia conseguida. Si cada vez que se desea participar de este juego de debe pagar \$45, ¿cuál es la esperanza y varianza de la ganancia neta para Juan?

   f) ¿Cuál es la probabilidad de que la gananacia neta sea mayor que la ganancia neta esperada?

   g) Juan tira 12 veces al blanco, ¿cuál es la probabilidad de que dos o menos de sus tiros disten menos de 1 cm. del blanco?

2. El diámetro D (expresado en dm) del tronco de cierta especie de árboles es una variable aleatoria con función de densidad

$$f_D(x) = kxI_{(0;10)}(x)$$

   a) Hallar el valor de la constante k.

   b) ¿Cuál es la probabilidad de que el diámetro de un árbol de esa especie elegido al azar mida entre 4 y 6 dm?

   c) Se elige un árbol de esa especie al azar. Se sabe que tiene un diámetro de más de 5 dm. ¿Cuál es la probabilidad de que el diámetro de dicho árbol mida entre 4 y 6 dm? Comparar con la respuesta anterior.

   d) En un área del bosque hay 3 árboles de esa especie cuyos diámetros se consideran independientes. Calcular la probabilidad de que exactamente 2 de ellos tengan el diámetro entre 4 y 6 dm.

   e) ¿Cuántos árboles habría que muestrear en el bosque para que la probabilidad de encontrar al menos uno cuyo diámetro mida entre 4 y 6 dm, sea mayor o igual que 0.99?

3. Una barra de 12 pulgadas sujeta por ambos extremos, debe someterse a una creciente cantidad de esfuerzo hasta que se rompa. Sea Y = distancia desde el extremo izquierdo hasta dónde ocurre la rotura. Supongamos que la densidad de Y es la siguiente:

$$f_Y(y) = \begin{cases} ay\left(1 - \frac{y}{12}\right) & \text{si } 0 \leq y \leq 12 \\ \\ 0 & \text{en otro caso.} \end{cases}$$

   a) Hallar a.
   b) Calcular $P(Y \leq 4), P(6 < Y); P(4 \leq Y < 6)$.
   c) Hallar la esperanza y la varianza de Y.
   d) Calcular la probabilidad de que el punto de ruptura ocurra a mas de 2 pulgadas del punto de ruptura esperado.

4. (**para entregar opcional**) La cámara de senadores está compuesta por 72 miembros divididos en 3 bloques (I, II y III) de 35, 22 y 15 senadores respectivamente. Cierto día se va a tratar una ley muy importante y ese día los senadores **de cada bloque** bajarán al recinto **todos o ninguno**. Sean los eventos:
   A = bajan todos los del grupo I ; B =bajan todos los del grupo II ; C = bajan todos los del grupo III. Se suponen las siguientes probabilidades.

$$P(A) = 0,8 \quad ; \quad P(B) = 0,47 \quad ; \quad P(B|A) = 0,4 \quad ; \quad P(C|A) = 0,3 \quad ; \quad P(A \cap B \cap C) = 0,1$$

   Sea Y la variable aleatoria que cuenta cuántos senadores bajan al recinto ese día.

   a) (5 Puntos) ¿Cuáles son los posibles valores de Y?
   b) (8 Puntos) Calcule $P(A \cap B)$ y $P(A \cap B \cap \bar{C})$.
   c) (5 Puntos) ¿Son independientes los eventos A y B?
   d) (7 Puntos) Se da quórum si asisten al menos $\frac{2}{3}$ de los senadores. ¿Cuál es la probabilidad de que se dé quórum ese día?