

### EJERCICIO PARA ENTREGAR EL 17/11

- (1) Probar que un espacio métrico  $(X, d)$  es separable si y sólo si es homeomorfo a un subconjunto de un espacio métrico compacto.
- (2) Probar que un espacio métrico  $(X, d)$  es separable si y sólo si  $d$  es topológicamente equivalente a  $d'$  y  $(X, d')$  es totalmente acotado.
- (3) Sean  $(X, d)$  un espacio métrico y  $d'$  una distancia en  $X$  topológicamente equivalente a  $d$ . En cada uno de los casos siguientes, analizar si es verdadero o falso que  $(X, d')$  cumple la misma propiedad que  $(X, d)$ , dando una demostración o un contraejemplo según corresponda:
  - a)  $(X, d)$  es separable.
  - b)  $(X, d)$  es compacto.
  - c)  $(X, d)$  es totalmente acotado.