

## EJERCICIO PARA ENTREGAR EL 29/10

Decidir si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas, justificando en cada caso:

- a) Si  $X$  es conexo, entonces  $X^o$  también lo es.
- b) Si  $X$  es conexo, entonces  $\partial X$  también.
- c) Sea  $f : M \rightarrow N$  continua y sobreyectiva. Si  $M$  tiene  $m$  componentes conexas y  $N$  tiene  $n$ , entonces  $m \geq n$ .
- d) Si  $A \subset \mathbb{R}^n$  es abierto, entonces cada componente conexa de  $A$  es abierta.
- e) Si  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  es tal que  $f(\text{conexo}) = \text{conexo}$ , entonces  $f$  es continua.
- f) Si  $a, b \in M$  pertenecen a componentes conexas distintas, entonces existe una desconexión  $M = A \cup B$  con  $a \in A$  y  $b \in B$ . (Sugerencia: considere  $a = (0, 0)$ ,  $b = (0, 1)$ ,  $X = \{(1/n, y) \in \mathbb{R}^2; n \in \mathbb{N}, y \in \mathbb{R}\}$  y  $M = X \cup \{a, b\}$ .)