1	2	3	4	Calificación

Apellido y Nombre:

No. de libreta:

Álgebra II - Primer parcial - 26/9/2014

---

1. Sea k un cuerpo. Sea G el subgrupo de $GL_4(k)$ formado por las matrices de la forma
$$\begin{pmatrix} 1 & a & b & c \\ 0 & 1 & 0 & d \\ 0 & 0 & 1 & e \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$
con $a, b, c, d, e \in k$. Probar que $G/\mathcal{Z}(G) \simeq (k^4, +)$.

2. Sea G un grupo de orden $231 = 3 \cdot 7 \cdot 11$. Probar que $G \simeq \mathbb{Z}_7 \rtimes_\varphi \mathbb{Z}_{33}$.

3. Sea G un grupo de orden $1575 = 9 \cdot 25 \cdot 7$. Probar que si $H \trianglelefteq G$ y $|H| = 9$, entonces $H \subseteq \mathcal{Z}(G)$. Sugerencia: observar que H es unión de clases de conjugación y contar elementos.

4. Sea $\mathbb{D}_k = \langle R, S \mid R^k = 1,\ S^2 = 1,\ SR = R^{-1}S \rangle$ el grupo dihedral de orden $2k$. Sean $m, n \in \mathbb{N}$ tales que $m \mid n$. Probar que
$$\frac{\mathbb{Z}[\mathbb{D}_n]}{\langle R^m - 1 \rangle} \simeq \mathbb{Z}[\mathbb{D}_m].$$
Sugerencia: para mostrar que un morfismo es un isomorfismo basta mostrar que tiene inverso.

Justificar todas las respuestas.