Análisis Numérico - TP 1: Master Chef (versión matemática)

Segundo Cuatrimestre de 2013

Como candidatos a la segunda edición de MasterChef Argentina, quieren usar sus conocimientos matemáticos para cocinar un pavo a la perfección. Para ello, elaborarán un esquema numérico que les permita simular la evolución de las temperaturas en el interior del ave.

Como primera aproximación, asuman que estamos tratando con un pavo esférico, potencialmetne hueco en el centro, de modo que dado el dominio $\Omega = \left\{(x,y,z) :\ r_1^2 \leq x^2+y^2+z^2 \leq r_2^2\right\}$, se quiere hallar $u : \Omega \times [0,T] \longrightarrow \mathbb{R}$ tal que:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = a\Delta u \qquad (x,y,z) \in \Omega,\ t \in [0,T] \tag{1}$$

con condiciones de contorno:

$$u|_{\partial_e \Omega} = f_e(x,y,z,t)$$
$$u|_{\partial_i \Omega} = f_i(x,y,z,t)$$

y dato inicial:

$$u(x,y,z,0) = g(x,y,z)$$

1. Escriba un programa que resuelva este problema para $r_1 > 0$ usando coordenadas esféricas (asumiendo simetría) recibiendo como parámetros los pasos espaciales en polares (radio) dr, el paso temporal dt, el tiempo final T, el coeficiente de difusividad a, el dato inicial g y las condiciones de frontera f_i y f_e. Utilice un esquema explícito.

2. Modifique el programa anterior para contemplar el caso en que además se reciba la temperetura minima que se debe alcanzar en todo Ω T_o.

3. Modifique el programa anterior para contemplar el caso en que $r_1 = 0$, cambiando la condición $u|_{\partial_i \Omega} = f_i(t)$ por una condición de flujo zero en $r = 0$.

4. Grafique la evolución de la temperatura u.

Algunos ejemplos para los datos:

$$g(r) = 0, \quad g(r) = (r - r_1)(r_2 - r), \quad g(r) = \chi_{[r_1', r_2']}$$

$$f_i(r,t) = 0, f_e(r,t) = 350, \quad f_i(r,t) = 350, f_e(r,t) = 350, \quad f_i(r,t) = 350\mathrm{e}^{-r_1^2/4t}, f_e(r,t) = 350,$$

$$a = 1, \quad a = 0{,}1, \quad a = 10$$