Análisis Numérico - TP 1 - Tema 5: **Ondas 1D**

Segundo Cuatrimestre de 2013

Dada $f : [0,1] \times [0,T] \longrightarrow \mathbb{R}$, se quiere hallar $u : [0,1] \times [0,T] \longrightarrow \mathbb{R}$ tal que:

$$u_{tt} = a u_{xx} + f(x,t) \qquad x \in [0,1],\ t \in [0,T] \tag{1}$$

con condiciones de contorno:

$$u(0,t) = u(1,t) = 0$$

y datos iniciales:

$$u(x,0) = g(x)$$
$$u_t(x,0) = h(x)$$

1. Escriba un programa que resuelva este problema utilizando el esquema:

$$\frac{u_j^{n+1} - 2u_j^n + u_j^{n-1}}{\Delta t^2} = a\frac{1}{2}\left\{\frac{\delta_x^2 u^{n+1}}{\Delta x^2} + \frac{\delta_x^2 u^{n-1}}{\Delta x^2}\right\}$$

   El programa debe recibir como parámetros el paso espacial dx, el paso temporal dt, el tiempo final T, el coeficiente de difusividad a, el dato inicial g y la fuente f. Considere particularmente los casos:

$$f(x,t) = 0,\ g(x,0) = \sin(\pi x),\ h(x,0) = 0$$
$$f(x,t) = 0,\ g(x,0) = \sin(2\pi x),\ h(x,0) = 0$$
$$f(x,t) = 0,\ g(x,0) = 0,\ h(x,0) = \sin(\pi x)$$
$$f(x,t) = 0,\ g(x,0) = \sin(\pi x),\ h(x,0) = \sin(2\pi x)$$
$$f(x,t) = \sin(\pi x)\cos(t),\ g(x,0) = 0,\ h(x,0) = 0$$
$$f(x,t) = \sin(\pi x)\cos(\pi t),\ g(x,0) = 0,\ h(x,0) = 0$$
$$f(x,t) = \sin(5\pi x)\cos(2\pi t),\ g(x,0) = 0,\ h(x,0) = 0$$

2. Modifique el programa anterior para resolver el problema con condiciones de contorno:
   - $u(0,t) = \sin(t), u(1,t) = 0$
   - $u(0,t) = \sin(t),\ u(1,t) = \cos(t)$
   - $u(0,t) = 0,\ u_x(1,t) = 0$
   - $u(0,t) = \sin(t),\ u_x(1,t) = 0$
   - $u_x(0,t) = u_x(1,t) = 0$
3. Implemente el algoritmo de gradiente conjugado.
4. Resuelva los sistemas lineales del ciclo temporal utilizando el comando \ y utilizando gradiente conjugado. Compute el tiempo de resolución con los comandos `tic` y `toc`. Grafique conjuntamente los tiempos de ejecución para \ y gradiente conjugado en función del tamaño de la matriz.