Análisis Numérico - TP 1 - Tema 1: **Calor 3D**

Segundo Cuatrimestre de 2013

Dado $\Omega = [0,1]^3$, el cubo unitario y $f : \Omega \times [0,T] \longrightarrow \mathbb{R}$, se quiere hallar $u : \Omega \times [0,T] \longrightarrow \mathbb{R}$ tal que:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = a\Delta u + f(x,y,z,t) \qquad (x,y,z) \in \Omega,\ t \in [0,T] \tag{1}$$

con condiciones de contorno:

$$u|_{\partial\Omega} = 0$$

y dato inicial:

$$u(x,y,z,0) = g(x,y,z)$$

1. Escriba un programa que resuelva este problema recibiendo como parámetros los pasos espaciales dx, dy, dz, el paso temporal dt, el tiempo final T, el coeficiente de difusividad a, el dato inicial g y la fuente f. Utilice un esquema implícito.

2. Implemente el algoritmo de gradiente conjugado.

3. Resuelva los sistemas de ecuaciones del ciclo temporal utilizando el comando `\` y utilizando gradiente conjugado. Use los comandos `tic` y `toc` para computar el tiempo de resolución de cada sistema. Repita el procedimiento para distintos tamaños de la matriz de iteración (ajustando los pasos espaciales dx, dy, dz). Grafique conjuntamente el tiempo de ejecución de `\` y de gradiente conjugado en función del tamaño de la matriz.

4. Grafique la evolución de la temperatura u.

Algunos ejemplos para los datos:

$$g(x,y,z) = 0, \quad g(x,y,z) = (x-x^2)(y-y^2)(z-z^2), \quad g(x,y,z) = \chi_{[-\frac{1}{4},\frac{1}{4}]^3}$$

$$f(x,y,z,t) = 0, \quad f(x,y,z,t) = (x-x^2)(y-y^2)(z-z^2), \quad f(x,y,z,t) = (x-x^2)(y-y^2)(z-z^2)e^{-t}$$

$$a = 1, \quad a = 0{,}1, \quad a = 10$$