1. Sea X el resultado que se obtiene al arrojar un dado equilibrado una vez. Si antes de arrojar el dado se ofrece la opción de elegir entre recibir $\frac{2}{7}$ ó $h(X) = \frac{1}{X}$, decidir cuál de las dos opciones es preferible, en el sentido de cuál tiene un mayor valor esperado.

2. En un comercio de artículos para el hogar hay en existencia 6 televisores. Sea X el número de clientes que entran a comprar un televisor por semana, siendo $X \sim \mathcal{P}(5)$. Tomando en cuenta que cada cliente que entra a comprar un televisor lo compra si está disponible, ¿cuál es el número esperado de televisores a ser vendidos la próxima semana?

3. Un juego consiste en arrojar un dado equilibrado hasta obtener un número mayor o igual que 4 por primera vez. Sea X el número de veces que se arroja el dado. El puntaje que se obtiene es $(4 - X)$ si $1 \leq X \leq 3$ y no se obtiene puntaje en caso contrario.

   a) ¿Cuál es el puntaje esperado de este juego?

   b) Si se juega dos veces este juego, y en total se obtuvieron 2 puntos, ¿cuál es la probabilidad de que la primera vez no se haya obtenido puntaje?

4. Hallar la esperanza y varianza de las siguientes variables aleatorias:

   a) $\mathcal{B}i(n, p)$. Ayudita: escribir una variable aleatorea binomial como suma de variables aleatoreas cuya esperanza es más fácil de calcular.

   b) $\mathcal{G}(p)$. Ayudita: a derivar series de potencias!

   c) $\mathcal{BN}(r, p)$. Ayudita: Pensar como se vinculan la geométrica y la binomial negativa.

   d) $\mathcal{P}(\lambda)$. Ayudísima : para hallar $var\,(X)$ calcular primero $E\,(X\,(X-1))$.

5. Sean $X_1, \ldots, X_n$ variables aleatorias positivas idénticamentes distribuídas. No es necesario, pero por el momento suponga que las variables son discretas. Demostrar que

$$E\left(\frac{X_1 + \cdots + X_k}{X_1 + \cdots + X_n}\right) = \frac{k}{n}.$$

6. Se distribuyen al azar N bolillas indistinguibles en m urnas. Sean X el número de urnas vacías; Y el número de urnas que contienen exactamente una bolilla y Z el número de urnas que contienen dos o más bolillas.

   a) Hallar $E(X)$.
   Sugerencia: Sea

$$X_i = \begin{cases} 1 & \text{si la i-ésima urna está vacía} \\ 0 & \text{en caso contrario.} \end{cases}$$

   Verificar que $X = \sum_{i=1}^{m} X_i$.

   b) Hallar $E(Y)$.

   c) Hallar $E(Z)$.

   d) Un centro cultural dispone de m cuentas de correo electrónico para comunicarse con el público. Durante un día en particular, N personas envían sus inquietudes vía e-mail al centro cultural, eligiendo una cuenta al azar para hacerlo. Hallar la esperanza del número de cuentas de correo que no son usadas durante dicho día.

7. Ejercicio picante!!
   Un hombre colecciona cupones de un álbum compuesto por n cupones distintos. El hombre adquiere sus cupones comprando uno por día en el kiosco de la esquina de su casa y, cada vez que adquiere uno, éste tiene igual probabilidad de ser cualquiera de los n que componen el álbum.

   a) Hallar la esperanza del número de cupones diferentes que hay en un conjunto de k cupones.

   b) Hallar el número esperado de cupones que es necesario juntar para completar el álbum.