1. Sea X una variable aletoria con función de distribución acumulada dada por

$$F_X(x) = \begin{cases} 0 & \text{si} \quad x < -3 \\ \frac{1}{4} & \text{si} \quad -3 \leq x < 1 \\ \frac{3}{4} & \text{si} \quad 1 \leq x < 2 \\ 1 & \text{si} \quad x \geq 2 \end{cases}$$

   Si $A = [-3, 1]$ y $B = (-2, 2)$, calcular $P(X \in A)$, $P(X \in B)$, $P(X \in A \cap B)$ y $P(X \in B - A)$.

2. Se dispone de dos urnas cuyo contenido es el siguiente:

   Urna A - 5 bolillas rojas y 3 blancas   Urna B - 1 bolilla roja y 2 blancas.

   Se arroja un dado y, si el resultado es 3 ó 6, se extrae una bolilla de la urna A y se coloca en la urna B para luego extraer dos bolillas de esta última. En caso contrario, el procedimiento se realiza a la inversa. Hallar la función de distribución y la función de probabilidad puntual de la cantidad de bolillas blancas obtenidas en la segunda extracción.

3. Un alumno debe rendir un examen multiple-choice de 16 preguntas cada una con 5 posibles respuestas de las cuales solo una es correcta. Al contestar cada pregunta del examen si el alumno desconoce la respuesta entonces elegirá una respuesta al azar entre las 5 posibles. El alumno tiene probabilidad $\frac{2}{3}$ de conocer la respuesta a cada pregunta y el examen se aprueba con 9 respuestas correctas. En caso de desaprobar dicho examen, el alumno podrá volver a rendir en las distintas instancias de recuperación.

   a) ¿Cuál es la probabilidad de que el alumno apruebe el examen?

   b) ¿Cuál es la probabilidad de que el alumno tenga que recuperar el examen exactamente k veces?

   c) Hallar la mínima cantidad r de recuperatorios que deben tomarse para que la probabilidad de que el alumno apruebe en alguna de las instancias de evaluación sea mayor a 0,4.

4. El problema de los fósforos de Banach. Un matemático que es un fumador habitual lleva siempre consigo dos cajas de fósforos, una en el bolsillo izquierdo de su pantalón y otra en el derecho. Cada caja contiene inicialmente n fósforos. Cada vez que decide fumar, elige una caja al azar y saca de ella un fósforo con el que prende un cigarrillo. Consideremos el momento en que por primera vez descubre que se ha quedado sin fósforos en alguna de las dos cajas. Hallar la probabilidad de que en dicho momento queden en la otra caja exactamente k fósforos.

5. Dada X una variable aleatoria discreta y $x_0 \in \mathbb{R}_X$ decimos que x_0 es un *valor más probable para* X si $p_X(x_0) = \sup_{x \in R_X} p_X(x)$.

   a) Probar que toda variable aleatoria discreta admite al menos un valor más probable.

   b) Hallar un valor más probable para X cuando ésta tiene distribución binomial de parámetros n y p.

6. Sea X una variable aleatoria con distribución geométrica de parámetro p.

   a) Calcular la función de distribución acumulada de X.

   b) Hallar la probabilidad de que X tome un valor impar. ¿Es mayor que la probabilidad de que X tome un valor par?

7. **Definición**. Una variable aleatoria X a valores en $\mathbb{N}_0$ tiene la *propiedad de falta de memoria* si para todo par de números de naturales s y t se verifica

$$P(X \geq s + t \mid X > t) = P(X \geq s).$$

   Probar que una variable aleatoria X posee la propiedad de falta de memoria si y sólo si tiene distribución geométrica de parámetro $p = P(X = 1)$.

8. Calcular la probabilidad de obtener k éxitos antes de m fracasos en una sucesión de ensayos Bernoulli independientes con probabilidad de éxito p.

9. Un fabricante ofrece relojes en lotes de 50, en el cual hay buenos, recuperables y desechables. Para ver si adquiere el lote, un comprador toma una muestra de 8 de los cuales, al menos 5 deben ser buenos y ninguno desechable. Encontrar la probabilidad de que compre si en realidad hay 20 buenos, 25 recuperables y 5 desechables.

10. Un minorista ha verificado que la demanda de cajones es una variable aleatoria con distribución de Poisson de parámetro $\lambda = 2$ cajones por semana. El minorista completa su stock los lunes por la mañana a fin de tener 4 cajones al principio de la semana, y no vuelve a completar su stock sino hasta la semana siguiente. Al efectuar un análisis de la actividad de su negocio, se le plantean las siguientes preguntas:

    a) ¿Cuál es la probabilidad de vender todo su stock durante una semana?

    b) ¿Cuál es la probabilidad de vender todo su stock semanal en al menos dos de las semanas del mes?

    c) ¿Cuál es la probabilidad de que en una semana sea incapaz de cumplir por lo menos con un pedido?

    d) ¿Cuál es el mínimo número de cajones con los que deberá iniciar cada semana para que la probabilidad de cumplir con todos los pedidos sea mayor o igual a 0.99?

    e) ¿Cuál es la distribución del número de cajones vendidos por semana?

11. Se tienen 3 fuentes radiactivas F_1, F_2 y F_3. El número de partículas que emite cada fuente por hora es una variable con distribución $\mathcal{P}(\lambda_i)$, siendo $\lambda_1 = 2$, $\lambda_2 = 3$ y $\lambda_3 = 4$. Un investigador elige una fuente al azar y observa que ésta emite 4 partículas en una hora. Encontrar la probabilidad de que haya elegido la fuente F_2.