1. El pájaro biguá se alimenta de peces. Sobrevuela la laguna hasta que, cuando tiene un pez a la vista, desciende repentinamente a su caza con una probabilidad de éxito de 0.3. Queda satisfecho apenas pesca el primer pez, pero no antes, y desciende a lo sumo tres veces por día.

   a) Sea X el número de descenso en el que el pájaro biguá caza un pez en la laguna o cero si no captura ningún pez. Dar el rango de X.

   b) Hallar la función de probabilidad puntual p_X y la función de distribución acumulada F_X.

   c) ¿Cuál es la probabilidad de que en un día dado el pájaro coma?

   d) El pájaro biguá puede sobrevivir tres días sin comer. ¿Cuál es la probabilidad de que el pájaro no sobreviva?

2. Un apostador tiene la opción de jugar a dos juegos de azar con los dados. El juego A le paga \$2 si al arrojar un dado sale 1 ó 5 y diez centavos si sale cualquier otro valor. El juego B le paga \$2 si el resultado del dado es 1 ó 5, \$1 si dicho resultado es un 3 y no recibe premio si sale cualquier otro valor. Además, el costo por jugar a cada juego es de \$1. Hallar la esperanza y varianza de la ganancia neta para cada juego. ¿A cuál le conviene jugar?

3. Se sabe que una proporción p de los pacientes que ingresan a un hospital presentando determinados síntomas sufren de una cierta enfermedad. El diagnóstico final de la misma depende de un análisis de sangre. Sin embargo, como los análisis individuales son caros, el hematólogo espera hasta que n pacientes presentando los síntomas lo visiten. Entonces mezcla la sangre de los n pacientes y le hace el análisis. Si ninguna de las n personas está enferma, el análisis sobre la muestra de la mezcla de sangre es negativo. Por otro lado, si alguno de los pacientes está enfermo, entonces el análisis dará positivo, y el hematólogo deberá hacer análisis individuales para determinar cuál de los pacientes posee la enfermedad.

   a) Hallar la probabilidad de que el análisis sobre la sangre mezclada dé negativo.

   b) Determinar la función de probabilidad puntual del número de análisis que debe hacer el hematólogo sobre los n pacientes.

   c) Hallar el número esperado de análisis a realizar por el hematólogo.

   d) ¿Conviene realmente emplear el método para analizar las muestras del hematólogo en contraposición a realizarle un análisis a cada uno de los pacientes si lo que se busca es minimizar los costos?

4. Supongamos que el pájaro biguá del primer ejercicio desciende tres veces por día a la laguna y no queda satisfecho al pescar el primer pez, sino que cada día intentará pescar tantos peces como pueda en dichos tres intentos. Repetir los items del primer ejercicio en este caso.

1. Dos equipos A y B juegan una serie de partidos. Supongamos que el equipo A tiene una probabilidad de 0.4 de ganar cada encuentro y que los resultados de los distintos encuentros son independientes entre sí. ¿Le conviene al equipo A jugar al mejor de 5 partidos o al mejor de 7?

2. La probabilidad de que una persona sufra una reacción alérgica debido a una inyección de cierto suero es 0.001. Se aplica esa inyección a 500 personas.

   a) ¿Cuál es la probabilidad de que exactamente 2 personas sufran dicha reacción? ¿Y de que al menos 2 personas la sufran?

   b) ¿Puede calcular la probabilidad de que exactamente 50 personas sufran dicha reacción?

   c) Calcular aproximadamente todas las probabilidades anteriores.

3. El número de impurezas en un solvente se distribuye de acuerdo a un proceso de Poisson con promedio de una impureza por cada 5 cm^3.

   a) Calcular la probabilidad de no encontrar impurezas en una muestra de 1 cm^3.

   b) Se toma una muestra de 20 cm^3. ¿Cuál es la probabilidad de encontrar a lo sumo 3 impurezas?

   c) Si en dicha muestra hubo más de 3 impurezas, ¿cuál es la probabilidad de que haya menos de 6?

   d) Determinar el volumen que debe tener la muestra para que la probabilidad de encontrar más de una impureza sea igual a 0,037.

   e) El solvente es envasado en frascos de 20 cm^3. Calcular la probabilidad de que al revisar una caja con 14 frascos al menos uno de ellos contenga más de 3 impurezas.

<u>Comandos útiles en R</u>

- dbinom(x, n, p) calcula la probabilidad puntual $p_X(x) = P(X = x)$ con $X \sim Bi(n, p)$
- pbinom(x, n, p) calcula la distribución acumulada $F_X(x) = P(X \leq x)$ con $X \sim Bi(n, p)$.
- choose(n, x) calcula el número combinatorio $\binom{n}{x}$.
- dpois(y, λ) calcula la probabilidad puntual $p_Y(y) = P(Y = y)$ con $Y \sim \mathcal{P}(\lambda)$.
- ppois(y, λ) calcula la distribución acumulada $F_Y(y) = P(Y \leq y)$ con $Y \sim \mathcal{P}(\lambda)$.
- $x = 0 : k$
  plot(x, dbinom(x, n, p), type="h", ylab="p(x)", col = "blue", lwd=10, main="Bi(n, p) - Puntual")

  Grafica la función de probabilidad puntual de una distribución $Bi(n, p)$ para los valores $x = 1, \ldots, k$ de la siguiente manera:

  i. Los valores de la función de probabilidad puntual se marcan con líneas de color azul y ancho 10.
  ii. El eje y tiene el título $p(x)$
  iii. El gráfico tiene el título $Bi(n, p)$-Puntual

- $x = 0 : k$
  plot(x, ppois(x, λ), type="s", ylab="F(x)", col = red", lwd=1, main="P(λ) - Acumulada")

  Grafica la función de distribución acumulada de una distribución $\mathcal{P}(\lambda)$ con valores escalonados.