Análisis Numérico — Entrega Práctica 3

Segundo Cuatrimestre de 2012

1. Resolver la ecuación:

$$-(p(x)u'(x))' + q(x)u(x) = f(x) \qquad x \in [0,1],$$
$$u(0) = u(1) = 0,$$

por el método de elementos finitos, utilizando elementos cuadráticos.

Utilizar una malla uniforme:

$$0 = x_1 < x_2 < x_3 < \ldots < x_{n+1} < x_{n+2} = 1,$$

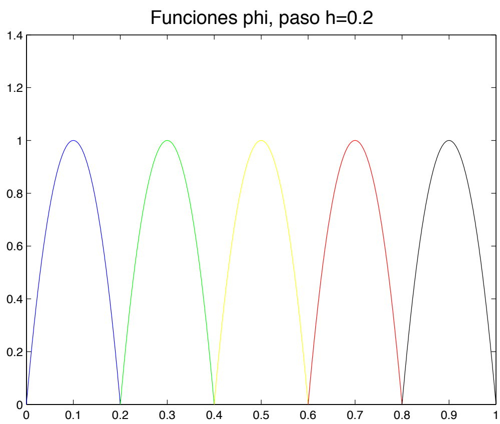
con paso $x_{i+1} - x_i = h$. Notamos a_i al punto medio entre x_i y x_{i+1}:

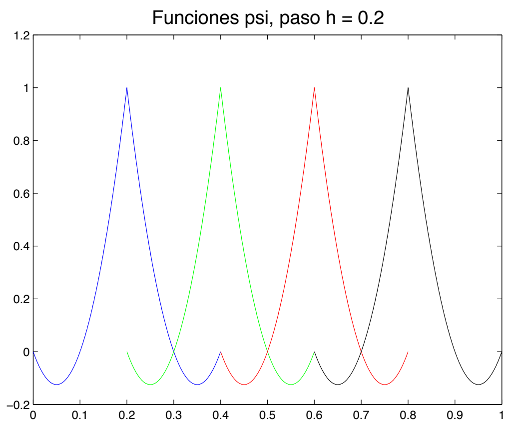
$$a_i = \frac{x_i + x_{i+1}}{2}$$

Tener en cuenta que los elementos cuadráticos son de la forma:

$$\phi_i(x) = \begin{cases} \frac{4}{h^2}(x - x_i)(x_{i+1} - x) & x_i \le x \le x_{i+1} \\ 0 & \text{si no} \end{cases} \qquad i = 1, \ldots, n+1$$

$$\psi_i(x) = \begin{cases} \frac{2}{h^2}(x - x_i)(x - a_i) & x_i \le x \le x_{i+1} \\ \frac{2}{h^2}(x - a_{i+1})(x - x_{i+2}) & x_{i+1} \le x \le x_{i+2} \\ 0 & \text{si no} \end{cases} \qquad i = 1, \ldots, n$$





Y sus respectivas derivadas son:

$$\phi_i'(x) = \begin{cases} -\frac{8}{h^2}(x - a_i) & x_i \le x \le x_{i+1} \\ 0 & \text{si no} \end{cases} \qquad i = 1, \ldots, n+1$$

$$\psi_i'(x) = \begin{cases} \frac{2}{h^2}(2x - a_i - x_i) & x_i \leq x \leq x_{i+1} \\ \frac{2}{h^2}(2x - a_{i+1} - x_{i+2}) & x_{i+1} \leq x \leq x_{i+2} \qquad i = 1, \ldots, n \\ 0 & \text{si no} \end{cases}$$