

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| | | | | |

| |
|--------|
| CALIF. |
| |

APELLIDO Y NOMBRE:

LIBRETA:

TURNO:

11 a 14

14 a 17

20 a 22

TEMA 1

Algebra I - 2do Cuatrimestre 2012
Recuperatorio Primer Parcial (17/12/2012)

1. Sea $k \in \mathbb{Z}$ y \mathcal{R} la relación en \mathbb{Z} definida por:

$$a\mathcal{R}b \Leftrightarrow a + kb^2 \equiv 0(2).$$

- (a) Hallar todos los $k \in \mathbb{Z}$ tales que \mathcal{R} es una relación de equivalencia.
(b) Para los valores de k que cumplen el ítem anterior, hallar todas las clases de equivalencia de \mathcal{R} .

2. Cuatro grupos de personas, G_1, \dots, G_4 , se juntan a trabajar en una mesa redonda con 12 asientos. Los grupos G_1 y G_2 están formados por 4 personas y los grupos G_3 y G_4 están formados por 2 personas. ¿De cuántas maneras se pueden ubicar en la mesa sabiendo que los integrantes de cada grupo se sientan consecutivamente?

3. Probar que si $(a : b) = 1$, entonces

$$(a + b : a^2 - ab + b^2) = 1 \text{ o } 3.$$

4. Probar que $\forall n \in \mathbb{N}$, el número $\frac{1}{5}n^5 + \frac{1}{3}n^3 + \frac{7}{15}n$ es un número entero.

5. Sea $f : \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \mapsto \mathbb{Z}$ la función definida por:

$$f(x, y) = \begin{cases} 6x + 9y & \text{si } x \geq y, \\ 15x - 35y & \text{si } x < y. \end{cases}$$

- (a) Decidir si f es inyectiva o no.
(b) Calcular la imagen de f .

JUSTIFICAR TODAS LAS RESPUESTAS