**Estadística (Químicos)**

**Recuperatorio del Primer Parcial**
**Segundo cuatrimestre 2010**

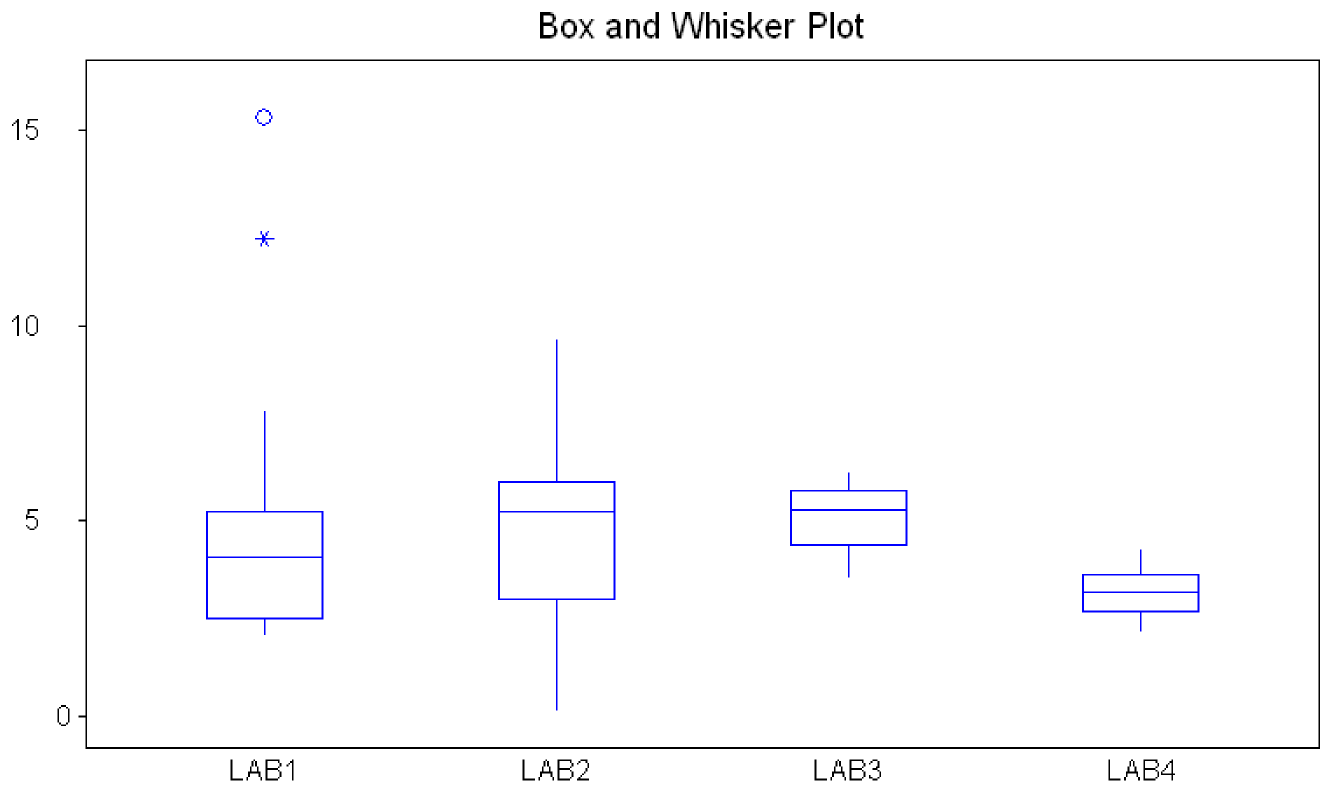
| 1 | 2 | 3 | 4 | Nota |
|---|---|---|---|---|
| | | | | |

**Apellido y Nombre:**.............................                                  **LU N°:** .............................

***Para todos los ejercicios, defina (en palabras) cuando corresponda las variables aleatorias involucradas y sus distribuciones si las conoce. Justifique con claridad todas sus afirmaciones.***
***El puntaje figura al lado de cada ejercicio. Para aprobar es necesario obtener al menos 60 puntos.***

---

**Ejercicio 1 (puntos)** La Asociación Geológica de los Estados Unidos se ha dedicado a medir la calidad del agua potable desde hace ya varias décadas. Estas simples mediciones pueden algunas veces revelar datos importantes acerca del agua y del medio ambiente que la rodea. Se quiere contratar un laboratorio y para ello se llamó a licitación. Hay cuatro postulantes a los que se les pide analizar muestras de agua. Para realizar dicha elección, se decide enviar 15 partes de una muestra de agua a cada laboratorio conteniendo cada parte exactamente un pH de 5 unidades. Se les pide a estos laboratorios que realicen una determinación de pH en cada parte enviada.
Los siguientes boxplots corresponden a los cuatro conjuntos de determinaciones realizadas por los laboratorios.




a) En base a los resultados aportados por los 4 laboratorios, qué laboratorio elegiría. Comente brevemente en qué basa su elección.
b) ¿Qué laboratorio realiza las mediciones con más sesgo? ¿Por qué?
c) Si los laboratorios conocen el sesgo de sus propias mediciones y además de entregar sus mediciones entregan dicho sesgo al grupo de evaluadores, qué laboratorio elegiría? ¿Por qué?

**Ejercicio 2 (puntos)** El número de imperfecciones que tiene una placa radiográfica sigue un proceso de Poisson con 0,1 imperfecciones por $cm^2$.

a) Si de tal placa se toma una muestra de 30 $cm^2$, ¿cuál es la probabilidad de que esa muestra contenga exactamente tres irregularidades?

b) Si ahora se toma en forma independiente 5 placas de 30 $cm^2$, ¿cuál es la probabilidad de que exactamente dos de ellas contengan exactamente tres irregularidades?

Suponga que la vida útil en horas de los tubos de rayos X que disparan a las placas radiográficas siguen una distribución exponencial con parámetro 0,01. La garantía de los tubos está dada por las horas de uso. Si duran menos de 200 horas la empresa fabricante reemplaza el tubo sin costo alguno.

c) ¿Cuál es la duración esperada de un tubo de rayos X ?

d) Si un tubo de rayos X lleva funcionando 120 horas, ¿cuál es la probabilidad de que vaya a ser necesario hacer uso de la garantía?

**Ejercicio 3 (puntos)** Sea X una variable aleatoria con distribución $N(\mu, \sigma^2)$.

a) Mostrar que P( $|X-\mu| \leq 1{,}24\,\sigma$ ) = 0.785.

b) Hallar en términos de $\sigma$ el valor positivo c tal que P( $\mu - c \leq X \leq \mu + c$ ) = 0.95.

c) En un laboratorio la demanda diaria de litros de agua destilada sigue una distribución normal $N(\mu=11, \sigma^2=36)$. Se eligen al azar 20 días y se determina la cantidad de litros utilizados en cada día. La demanda de agua cada día es independiente de los demás días. ¿Cuál es la probabilidad de que el promedio de 20 días de uso diario de agua destilada sea superior a 10 litros?

**Ejercicio 4 (puntos)** Sea X una variable aleatoria que mide el tiempo de vida (en horas) de una hormona hCG. Su función de distribución acumulada está dada por:

$$F_X(t) = \begin{cases} 0 & si \quad t \leq -2 \\ \frac{1}{2}(t-0{,}5) & si \quad 0.5 \leq t \leq 2.5 \\ 1 & en\ otro\ caso \end{cases}$$

a) Hallar la esperanza y varianza de vida de dicha hormona. ¿Cómo se llama la distribución de la variable aleatoria X?

b) Calcular P$(X^3 - 1 > 0 \mid X \leq 2)$.

c) Sean $X_1$, $X_2$, $X_3$, $X_4$, $X_5$, $X_6$ los tiempos de vida de seis hormonas hCG elegidas en forma independiente. ¿Cuál es la probabilidad que a lo sumo dos de ellas vivan más de 1,5 horas?