PRÁCTICA 10

1. Sabiendo que:

$$\int_0^1 f(x)\,dx = 2 \qquad \int_0^2 f(x)\,dx = 3 \qquad \int_0^1 g(x)\,dx = -1 \qquad \int_0^2 g(x)\,dx = 4$$

utilizar las propiedades de la integral definida para evaluar:

a) $\int_0^2 f(x)\,dx$

b) $\int_0^2 (f(x) + 2g(x))\,dx$

c) $\int_2^0 g(x)\,dx$

d) $\int_0^1 (2f(x) + 3g(x) - 4)\,dx = 1$

2. Encontrar $G'(x)$ para las siguientes funciones:

a) $G(x) = \int_0^x (t^2 + t)dt$

b) $G(x) = \int_0^x (\sin(u))^4 \tan(u)du \quad$ si $\quad -\pi/2 \leqslant x \leqslant \pi/2$

c) $G(x) = \int_x^1 x^2 \sqrt{u^2 + 1}du$

3. Calcular la recta tangente al gráfico de G en $x = 1$, siendo:

$$G(x) = \int_0^{x^2-x} f(t)\,dt \quad \text{y} \quad f(0) = 4$$

Calcular $\int_0^4 f(x)dx$ para las siguientes funciones:

a) $f(x) =\mid x - 2 \mid$

b) $f(x) = x \mid x - 2 \mid$

c) $f(x) =\mid x^2 - 4 \mid$

4. Sea f una función continua que satisface:

$$\int_0^x f(t)dt = x^2(1 + x)$$

Calcular $f(2)$

5. Utilizar el teorema del valor medio para probar la siguiente desigualdad:

$$\frac{1}{\sqrt{2}} \leqslant \int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{2+x-x^2}} \leqslant \frac{2}{3}$$

6. Calcular

   a) $\int_0^2 \left(x(x+3)^2 - 5\sqrt{x}\right) dx$

   b) $\int_0^3 \left(4e^x + \frac{1}{x+1} - \frac{3}{(x+1)^2}\right) dx$

   c) $\int_0^\pi (\cos x - 5 \operatorname{sen} x)\, dx$

   d) $\int_0^1 x e^{x^2}\, dx$

7. Sea f una función continua tal que $\int_2^4 f(x)\, dx = -2$, calcular $\int_4^6 f(x)\, dx$ si

$$\int_2^6 \left(\frac{1}{(x+1)^2} - \sqrt{x-2} + 4f(x)\right) dx = 4$$

8. Analizar la convergencia de las siguientes integrales impropias

   a) $\int_1^\infty \frac{1}{x^p}\, dx$

   b) $\int_0^1 \frac{1}{x^p}\, dx$

   c) $\int_{-\infty}^0 \frac{1}{2x-5}\, dx$

   d) $\int_0^{+\infty} x e^{x^2}\, dx$

   e) $\int_{-\infty}^0 x e^{x^2}\, dx$

   f) $\int_1^{+\infty} \frac{\ln x}{x}\, dx$

   g) $\int_1^3 \frac{1}{x-2}\, dx$