

1	2	3	4	5

CALIF.

APELLIDO Y NOMBRE:

LIBRETA:

TURNO:

8 a 11

14 a 17

20 a 22

**Algebra I - 2do Cuatrimestre 2010**  
**1er Recuperatorio – 1er Parcial (15/12/2010)**

1. Sea  $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$  la función definida por  $f(n) = \frac{n(n+1)}{2}, \forall n \in \mathbb{N}$ .

a) ¿Es inyectiva? ¿suryectiva? ¿biyectiva?

b) Se define en  $\mathbb{N}$  la relación  $n \mathfrak{R} m \Leftrightarrow f(n) + f(m) \leq 2nm$ .

¿Es reflexiva? ¿simétrica? ¿transitiva?

(Demostrar cada respuesta afirmativa y dar un contraejemplo para cada respuesta negativa.)

2. Probar que  $\forall n \in \mathbb{N}, n \geq 3$ , se satisface

$$\sum_{i=1}^n i^2 \geq \frac{n^3 + 4n}{3}.$$

3. Contar la cantidad de subconjuntos  $A$  del conjunto  $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16\}$  que satisfacen que

a)  $\{1, 2, 3\} \subset A$  y  $\{4, 5, 6\} \cap A = \emptyset$ .

b)  $A$  contiene exactamente dos números pares y  $\#(A) = 6$ .

(Nota: los dos incisos son independientes.)

4. Probar que para todo  $a \in \mathbb{Z}$ , se tiene que

$$(a^3 - a + 1 : 3a^3 + 3a + 3) = 1.$$

5. Determinar todos los  $(a, b) \in \mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$  que satisfacen

$$\sum_{i=1}^{10} (ia + 2b) = 690.$$

**Justifique todas sus respuestas**

*Complete esta hoja con sus datos y entréguela con el resto del examen*