

1	2	3	4	5

CALIF.

APELLIDO Y NOMBRE:

LIBRETA:

TURNO:

8 a 11

14 a 17

20 a 22

**Algebra I - 2do Cuatrimestre 2010**  
**1er Recuperatorio – 1er Parcial (10/12/2010)**

1. Sea  $X = \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} - \{(0, 0)\}$ . Se define en  $X$  la relación

$$(a, b) \mathfrak{R} (c, d) \iff ad = bc.$$

- a) Probar que  $\mathfrak{R}$  es una relación de equivalencia.  
b) Determinar las clases de equivalencia de  $(0, 1)$ ,  $(1, 2)$  y  $(3, 6)$ .

2. Sea la sucesión de números reales definida recursivamente por

$$a_1 = 2, a_2 = 5 \text{ y } a_{n+2} = a_{n+1} + 2\sqrt{a_n - 1} + 3, \forall n \in \mathbb{N}.$$

Conjeturar una fórmula cerrada para  $a_n$  y probar su validez.

3. Contar la cantidad de números naturales de exactamente 4 cifras que son divisibles por 5 y que además satisfacen que la suma de sus dígitos da 10.

4. Sean  $a, b \in \mathbb{Z}$  coprimos. Determinar los posibles valores de  $(a^2 + b^2 : a + b)$ , y para cada valor  $d$  hallado, determinar para cuáles  $a, b \in \mathbb{Z}$  coprimos se tiene  $(a^2 + b^2 : a + b) = d$ .

5. Determinar todos los  $(a, b) \in \mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$  que satisfacen simultáneamente

$$9 \mid a, \quad 3 \mid b \quad \text{y} \quad 22a + 10b = 48.$$

**Justifique todas sus respuestas**

*Complete esta hoja con sus datos y entréguela con el resto del examen*