

1	2	3	4	5

CALIF.

APELLIDO Y NOMBRE:

LIBRETA:

Algebra I - 2do Cuatrimestre 2010
Final – 1/03/2011

1. Sea $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$.

- (a) ¿Cuántas funciones se pueden definir de A en A tales que $f(1)$ es impar? ¿Y que sean además suryectivas?
- (b) ¿Cuántas relaciones se pueden definir en A que sean a la vez reflexivas y simétricas?

2. Sean $\alpha, \beta \in \mathbb{C}$ tales que $\alpha + \beta$ y $\alpha\beta$ pertenecen a \mathbb{Z} . Probar que para todo $n \in \mathbb{N}$, $\alpha^n + \beta^n$ pertenece a \mathbb{Z} .

3. Probar que para todo $a \in \mathbb{Z}$ vale

$$92 \mid 2a^{13^{10}} - 2a.$$

4. Sea $n \in \mathbb{N}$, $n \geq 2$. Calcular

$$\sum_{k=0}^{n-1} \cos\left(\frac{2k\pi}{n}\right).$$

5. Sean p un primo positivo impar y $f = pX^{p+1} - (p+1)X^p + 1$.

- (a) Probar que 1 es la única raíz racional de f .
- (b) Hallar todas las raíces complejas múltiples de f y determinar su multiplicidad.

Justifique todas sus respuestas

Complete esta hoja con sus datos y entréguela con el resto del examen