

1	2	3	4	5

CALIF.

APELLIDO Y NOMBRE:

LIBRETA:

Algebra I - 2do Cuatrimestre 2010
Final – 22/02/2011

1. Sea $f : \mathbb{Z}^2 \rightarrow \mathbb{Z}$ la función definida por $f(a, b) = 18a + 35b$.

- (a) Determinar (demostrando o dando un contraejemplo) si f es inyectiva y si f es suryectiva.
(b) Describir los conjuntos $f^{-1}(\{0\})$ y $f^{-1}(\{10\})$.

2. Sea $(f_n)_{n \in \mathbb{N}}$ la sucesión de polinomios definida por

$$\begin{cases} f_1 = (x - 1)^{10} \\ f_{n+1} = f_n^2 + f_1^{n+1} \quad \forall n \in \mathbb{N} \end{cases}$$

Determinar la multiplicidad exacta de 1 como raíz de f_n , para todo $n \in \mathbb{N}$, y probarlo.

3. Dado $n \in \mathbb{N}$, encontrar una fórmula sin sumatoria para

$$\sum_{k=1}^n k \binom{n}{k}$$

(sugerencia, mostrar que para $1 \leq k \leq n$ se tiene $k \binom{n}{k} = n \binom{n-1}{k-1}$ y utilizarlo).

4. Para cada $a \in \mathbb{Z}$, calcular el valor de $(3^{16}a + 5 : 3^{17}a + 66)$.

5. (a) Probar que si ω es una raíz quinta primitiva de 1, entonces $\omega + \bar{\omega}$ es raíz del polinomio $X^2 + X - 1$.
(b) Calcular $\cos(2\pi/5)$.

Justifique todas sus respuestas

Complete esta hoja con sus datos y entréguela con el resto del examen