

1	2	3	4

CALIF.

APELLIDO Y NOMBRE:

LIBRETA:

Algebra I - 2do Cuatrimestre 2010
Final – 14/12/2010

1. Sean $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$ y $B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16\}$.

- a) Contar la cantidad de funciones inyectivas $f : A \rightarrow B$ que satisfacen que $\{1, 2\} \subset \text{Im}(f)$.
- b) Contar la cantidad de funciones sobreyectivas $f : B \rightarrow A$ que satisfacen $\#(f^{-1}(1)) \geq 7$.

2. a) Determinar todos los $a \in \mathbb{Z}$ para los cuales el siguiente sistema de ecuaciones de congruencias sea compatible en \mathbb{Z} :

$$\begin{cases} 6x \equiv a^{121} & (\text{mód } 20) \\ 14x \equiv 3 & (\text{mód } 15) \end{cases} .$$

- b) Elegir un a para el cual sea compatible y resolverlo.

3. Sea $z \in G_5$, $z \neq 1$. Hallar todos los $n \in \mathbb{N}$ para los cuales

$$\sum_{i=2}^n z^i = 0.$$

4. Sea $f \in \mathbb{Q}[X]$ mónico de grado 6 que satisface simultáneamente:

- $X^2 - 2 \mid (f : f')$,
- f posee una raíz compleja de argumento $5\pi/4$,
- Todas las raíces de f tienen igual módulo.

Factorizar f en $\mathbb{C}[X]$, $\mathbb{R}[X]$ y $\mathbb{Q}[X]$.

Justifique todas sus respuestas

Complete esta hoja con sus datos y entréguela con el resto del examen