Primer Parcial 9/5/19

1	2	3	4	5	Calificación

Nombre y Apellido: Número de libreta:

Ejercicio 1. Franco tiene diez cartas, numeradas del 1 al 10, las mezcla y elige una carta k al azar. Luego, tira k veces un dado. Si obtiene algún tres, Franco gana el juego y si no, pierde.

(a) Si Franco ganó el juego, ¿cuál es la probabilidad de que haya sacado la carta 2?

(b) Si Franco juega a este juego una vez por día durante una semana, ¿cuál es la probabilidad de que gane al menos tres veces?

(c) Si Franco juega a este juego una vez por día comenzando hoy, calcular la probabilidad de que gane por primera vez el 13/5/19.

Ejercicio 2. Ana y Beto se enfrentan en un juego que se desarrolla en múltiples rondas. El ganador de cada ronda se lleva un punto, Ana lo hace con probabilidad p $(0 < p < 1)$ y Beto con probabilidad $1 - p$. El primero que le saque dos puntos de diferencia al adversario es declarado ganador del juego.

(a) ¿Cuál es la probabilidad de que el juego termine?

(b) ¿Cuál es la probabilidad de que gane Ana?

(c) ¿Cuál es la probabilidad de que el juego dure más de 7 rondas?

(d) Que gane Ana, ¿es independiente de que el juego dure más de 7 rondas?

Ejercicio 3. De una urna con 3 bolitas negras y 2 bolitas blancas se extraen, sin reposición, dos bolitas. Sean Y la cantidad de bolitas negras extraídas y $X \sim N(12, 5^2)$ independiente de Y.
Calcular $\mathbb{P}(X^Y \leq 25)$.

Ejercicio 4. En un torneo de ingenio compiten cinco personas y la competencia consiste en resolver un problema. El torneo termina cuando alguien resuelve el problema y esa persona es la ganadora.
El tiempo que tarda cada participante en resolver el problema son variables aleatorias T_i, $i = 1, \ldots, 5$, independientes e idénticamente distribuidas tales que $T_i \sim \frac{Y}{X}$, con $X \sim \mathcal{U}[2, 4]$ e $Y \sim \mathcal{E}(0.5)$ independientes.
Calcular la función de distribución acumulada de $D =$ "duración del torneo", verificar que F_D es continua y que $\lim_{t \to +\infty} F_D(t) = 1$.

Ejercicio 5. Sean $\lambda > 0$ y X e Y variables aleatorias independientes, ambas con distribución $\mathcal{E}(\lambda)$.

(a) Hallar la distribución de $U = \frac{X}{X+Y}$. ¿Son U y $X + Y$ independientes?

(b) Calcular $\mathbb{P}(U < X + Y \mid U > \frac{1}{2})$.