

Trabajo Práctico. Probabilidad y Estadística (C)

Aclaraciones:

- El TP se puede hacer en grupos de **dos o tres personas**.
 - Los razonamientos, cálculos, tablas de datos y gráficos obtenidos se deben entregar en formato PDF a través de correo electrónico. Se debe enviar también el script de R que usaron para resolver la parte de programación.
 - La fecha límite de entrega es el **Jueves 20 de Junio**.
-

Sean X_1, \dots, X_n una muestra aleatoria con distribución $\mathcal{U}[0, b]$ con b un parámetro desconocido.

1. Calcular analíticamente los estimadores de momentos \hat{b}_{mom} y de máxima verosimilitud \hat{b}_{mv} . Implementar estos estimadores en R como funciones.

2. Implementar el siguiente estimador de b

$$\hat{b}_{med} = 2 \times \text{mediana}\{X_1, \dots, X_n\}$$

3. Utilizando $b = 1$, generar una muestra de tamaño $n = 15$. Calcular cada uno de los estimadores con la muestra obtenida y reportar el valor de cada estimador y su error.

4. Hacer una simulación para obtener el sesgo, varianza y error cuadrático medio (ECM) de cada uno de los estimadores. Para lograr esto:

- a) Generar una muestra con $b = 1$, $n = 15$.
- b) Para la muestra obtenida, calcular \hat{b}_{mv} , \hat{b}_{mom} , \hat{b}_{med} y almacenar los resultados.
- c) Repetir $N_{rep} = 1000$ veces los pasos (a) y (b).
- d) Obtener una aproximación del sesgo restando el valor verdadero de b a la media muestral de cada estimador.
- e) Obtener la aproximación de la varianza a partir de la varianza muestral de cada estimador.
- f) Obtener la aproximación del ECM a través de la fórmula que lo relaciona con el sesgo y la varianza.

5. Implementar las funciones $simulacion_{mv}(b, n)$, $simulacion_{mom}(b, n)$ y $simulacion_{med}(b, n)$ que devuelven una aproximación del sesgo y de la varianza de cada uno de los estimadores correspondientes al b y al n .

6. Comparar mediante gráficos, el sesgo, la varianza y el ECM de cada estimador con $n = 15$ y $0 < b < 2$. ¿Qué observa? ¿Qué estimador elige?

7. Realizar un gráfico de los ECM con $b = 1$ y $n = 15, 30, 60, 120, 240$. ¿Qué observa? ¿Qué estimador elige? ¿Qué sospecha sobre la consistencia de los estimadores?

8. Calcular los estimadores en la siguiente muestra. ¿Observa algo extraño? ¿A qué cree que se debe?

0,917 0,247 0,384 0,530 0,798 0,912 0,096 0,684 0,394 20,1 0,769 0,137 0,352 0,332 0,670

9. Aproximar sesgo, varianza y error cuadrático medio para los estimadores bajo el siguiente escenario con datos contaminados:

Una muestra uniforme con $b = 1$ y $n = 15$ donde de manera independiente, a cada elemento se lo multiplica por 100 con probabilidad 0,005. (Correr la coma dos lugares a la derecha).

- a) Calcular la probabilidad de que una muestra esté contaminada.
- b) Reportar las aproximaciones obtenidas.
- c) ¿Qué estimador prefiere en este escenario?