Lista **provisoria** de resultados teóricos para el segundo parcial de modelo lineal

1. Probar que en el modelo $\mathbf{y} = X\boldsymbol{\beta} + \boldsymbol{\varepsilon},$ con $\mathbb{E}(\boldsymbol{\varepsilon}) = \mathbf{0}$, $\text{Var}(\boldsymbol{\varepsilon}) = \sigma^2 V \in \mathbb{R}^{n\times n}$ definida positiva conocida de rango p, el estimador de mínimos cuadrados ponderados es insesgado y su varianza es menor que la del estimador de mínimos cuadrados ordinario. Calcular la varianza del EMC pesados.

2. Probar el Teorema A.5 (Consistencia del EMC).

3. Probar el Teorema A.7 (Normalidad asintótica del EMC)

4. Probar el Teorema A.9 (Tests e IC de nivel asintótico para combinaciones lineales de los $\boldsymbol{\beta}$)

5. Modelo de ANOVA de un factor: dar una descripción del modelo de ANOVA con I nivel e igual cantidad de observaciones por grupo, describiendo la variables respuesta, los supuestos, los parámetros, las covariables. Dar una parametrización del problema para que la matriz de diseño sea de rango completo. ¿Resulta ortonormal? Dar las hipótesis de interés, el estadístico, su distribución bajo la hipótesis nula, la región de rechazo de nivel 0.05. Decir cómo sigue el análisis ante las dos conclusiones posibles: rechazar o no H_0.

6. Intervalos de confianza de Bonferroni para ANOVA 1 factor. Describirlos y justificar por qué tienen nivel simultáneo.

7. Escribir el modelo de ANOVA dos factores con interacción en el caso partiular de 3 niveles cada uno, con igual cantidad de observaciones.

   - Describir las variables dependientes, los parámetros involucrados (bajo alguna parametrización, incluyendo las restricciones si corresponde a la parametrización elegida), las covariables asociadas, los supuestos clásicos.
   - Escribir la hipótesis de no interacción.
   - Dar el modelo aditivo para este mismo escenario, escribir la hipótesis de no efecto del factor A en el modelo aditivo, dar el estadístico que lo testea, su distribución bajo la hipótesis nula e indicar la fórmula para calcular el p-valor.

8. Considerando los modelos

$$\mathbf{y} = X\boldsymbol{\beta} + \boldsymbol{\varepsilon} = \begin{bmatrix} X_1 & X_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{\beta}_1 \\ \boldsymbol{\beta}_2 \end{bmatrix} + \boldsymbol{\varepsilon}, \tag{1}$$

con $X_1 \in \mathbb{R}^{n\times p}, X_2 \in \mathbb{R}^{n\times k}, \boldsymbol{\beta}_1 \in \mathbb{R}^p, \boldsymbol{\beta}_2 \in \mathbb{R}^k$

y

$$\mathbf{y} = X_1\boldsymbol{\beta}_1 + \widetilde{\varepsilon}, \tag{2}$$

$$\text{con } X_1 \in \mathbb{R}^{n\times p}, \boldsymbol{\beta}_1 \in \mathbb{R}^p$$

Poner las hipótesis. Escribir el test que permite pensar a (2) como caso particular de (1), y probar que, llamando F al estadístico que permite testearlas, $R^2_{ajustado}\,(1)$ y $R^2_{ajustado}\,(2)$ a los respectivos coeficientes de determinación ajustados, probar la equivalencia siguiente:

$$F \geq 1 \text{ si y sólo si } R^2_{ajustado}\,(1) \leq R^2_{ajustado}\,(2)$$

9. Definir el vector de residuos $\mathbf{e}$, calcular su media y su varianza. Definir los residuos estandarizados y los residuos estudentizados. Probar la distribución de los residuos estudentizados.

10. A definir después de la clase del 24 de junio de 2019.