

APELLIDO Y NOMBRE:

N^{RO} DE LIBRETA:

TURNO:

1	2	3	4

Calificación

MATEMÁTICA I (B)

Modelo de segundo parcial - 1^{er} cuatrimestre de 2019

1. Sea $f(x, y) = e^{xy}$.

a) Halle los puntos críticos de f , y en cada uno de ellos, analice si la función tiene un máximo local, un mínimo local, o un punto de ensilladura.

b) Determine los extremos absolutos de f en la región

$$A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 4, x \geq -1\}.$$

2. Hallar la solución de la ecuación diferencial

$$x' + \cos(t)x = 2 \cos(t)$$

que satisface $x(\pi) = 0$.

3. Considere el sistema de ecuaciones diferenciales

$$\begin{cases} x' = 2x + y, \\ y' = 3y + te^t. \end{cases}$$

Halle la solución que satisface $x(0) = y(0) = -\frac{1}{4}$.

4. Consideramos un péndulo simple amortiguado. Si denotamos por x al ángulo que forma el péndulo con la vertical que apunta hacia abajo, entonces x satisface una ecuación diferencial que depende de la longitud del péndulo y de la magnitud del rozamiento, como por ejemplo:

$$x'' + 6 \operatorname{sen} x + 5x' = 0,$$

cuyo sistema de ecuaciones diferenciales asociado es

$$\begin{cases} x' = y, \\ y' = -6 \operatorname{sen} x - 5y. \end{cases}$$

a) Muestre que $(0, 0)$ y $(\pi, 0)$ son puntos de equilibrio del sistema (que corresponden al péndulo quieto apuntando hacia abajo y hacia arriba, respectivamente), y analice la estabilidad en cada caso.

b) Realice un bosquejo del diagrama de fases alrededor de $(0, 0)$.

Justifique todas sus respuestas, no omita detalles y sea claro al escribir.