

# ALGEBRA LINEAL - Primer Cuatrimestre de 2019

## Programa

1. Espacios vectoriales. Definición. Subespacios. Sistemas de generadores. Sistemas de ecuaciones lineales homogéneos y no homogéneos. Independencia lineal. Bases y dimensión. Suma de subespacios. Teorema de la dimensión de la suma. Suma directa.
2. Matrices. Subespacios de matrices. Operaciones con matrices. Propiedades del álgebra de matrices. Matrices inversibles. Cálculo de la inversa. Rango de una matriz. Matrices elementales como generadores de  $GL(n, K)$ . Coordenadas y matrices de cambio de base.
3. Transformaciones lineales. Definición. Núcleo, imagen. Epimorfismo, monomorfismo e isomorfismo. Teorema de la dimensión para transformaciones lineales. Proyectores y nilpotentes. Matriz de una transformación lineal. Dimensión del subespacio de soluciones de un sistema de ecuaciones lineales homogéneo. Equivalencia y semejanza de matrices.
4. Espacio dual. Definición. Base dual. Anulador. Dimensión del espacio anulador. Ecuaciones para un subespacio en una base. Cambios de bases duales a partir de las bases originales. Anulador de la suma y de la intersección de subespacios. Función transpuesta.
5. Determinante. Funciones multilineales alternadas por columnas definidas en matrices cuadradas. Existencia y unicidad fijando el valor en la identidad. Definición del determinante. Desarrollo del determinante por filas y por columnas. Efectos de la triangulación sobre el determinante. Determinante del producto de matrices. Criterio del determinante para decidir invertibilidad de matrices. Matriz adjunta. Regla de Cramer. Cálculo del rango de una matriz a partir de menores.
6. Diagonalización. Autovalores y autovectores. Polinomio característico de una matriz cuadrada. Diagonalización de matrices. Polinomio minimal. Teorema de Hamilton-Cayley. Criterios de diagonalización basados en el polinomio característico y en el minimal.
7. Subespacios invariantes y cíclicos. Forma racional. Descomposición cíclica. Forma de Jordan para endomorfismos nilpotentes. Descomposición primaria. Forma de Jordan general en  $\mathbb{C}^{n \times n}$ . Aplicaciones.
8. Espacios vectoriales con producto interno. Definición. Matriz de un producto interno en una base. Ortogonalidad y ortonormalidad. Método de Gram-Schmidt. Proyecciones ortogonales. Distancia y ángulo. Adjunta de una transformación lineal. Transformaciones autoadjuntas, unitarias y ortogonales. Diagonalización de transformaciones autoadjuntas. Clasificación de transformaciones ortogonales en  $\mathbb{R}^n$ . Isometrías.
9. Variedades lineales. Definición de variedad lineal. Dimensión de una variedad lineal. Ecuaciones implícitas. Variedades paralelas y alabeadas. Distancia entre variedades lineales.
10. Formas bilineales simétricas. Definición. Matriz de una forma bilineal. Clasificación de formas bilineales simétricas reales.

## Bibliografía

- Algebra lineal, K. Hoffman y R. Kunze, Prentice-Hall Hispanoamericana, México, 1973.
- Algebra lineal, G. Jeronimo, J. Sabia, S. Tesauri, Fascículo 2 - Cursos de Grado, Departamento de Matematica, FCEN - UBA, 2008.  
<http://cms.dm.uba.ar/depto/public/fascgrad2.pdf>
- Linear Algebra, S. Lang, 3rd. ed. Undergraduate texts in mathematics, Springer, New York, 1987.
- Algebra lineal y geometría, A. Larotonda, 2da. ed., Eudeba, Buenos Aires, 1977.
- Matrix analysis and applied linear algebra, C. Meyer, SIAM, Philadelphia, 2000.
- Algebra lineal y sus aplicaciones, G. Strang, Fondo Educativo Interamericano, México, 1982
- Algebra lineal aplicada, B. Noble, D. James, Prentice-Hall Hispanoamericana, México, 1989.