

Entrega de ejercicios N° 4

Instrucciones

- Resolver detalladamente los dos ejercicios que están abajo, en esta ocasión correspondientes a los temas de las Prácticas 4 y 5.
- Pueden escribir las resoluciones a mano y entregarlas en la clase, o bien, si lo prefieren, tipearlas en computadora y enviar el archivo por mail a `msaucedo@dm.uba.ar`, con asunto **Entrega4**. Tengan en cuenta que en caso de optar por la segunda opción tendrán que buscar algo que les permita insertar ecuaciones y símbolos matemáticos en el texto (si saben usar LaTeX es lo ideal, si no, hay otras opciones como por ejemplo el editor de ecuaciones de Word).
- Si alguno de los ejercicios no les sale, pueden entregar sólo el otro (pero no usen esto como excusa para no pensarlo!).
- La fecha límite para esta entrega es el **Jueves 7 de junio**.
- Recuerden que el objetivo de estas entregas es ir afianzando la práctica en la escritura de demostraciones y que puedan recibir una devolución de las mismas. No son una instancia formal de evaluación de la materia.

Ejercicio 1

Sea $f : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ una función continua. Demostrar que para todo $\varepsilon > 0$ existen $k \in \mathbb{N}$ y puntos $x_1, x_2, \dots, x_k \in [0, 1]$ que cumplen la siguiente propiedad:

“Para todo $x \in [0, 1]$, existe algún $j \in \{1, 2, \dots, k\}$ tal que $|x - x_j| < \varepsilon$ y $|f(x) - f(x_j)| < \varepsilon$.”

Ejercicio 2

Sea $S \subseteq \mathbb{R}^m$ y sea $(f_n)_{n \in \mathbb{N}}$ una sucesión de funciones de S en \mathbb{R}^k que converge uniformemente a una función $f : S \rightarrow \mathbb{R}^k$. Sea $g : \mathbb{R}^k \rightarrow \mathbb{R}$ una función uniformemente continua.

Demostrar que $g \circ f_n$ converge uniformemente a $g \circ f$.