Entrega de ejercicios N° 2

Instrucciones

- Resolver detalladamente los dos ejercicios que están abajo, en esta ocasión correspondientes a los temas de la Práctica 2.
- Pueden escribir las resoluciones a mano y entregarlas en la clase, o bien, si lo prefieren, tipearlas en computadora y enviar el archivo por mail a `msaucedo@dm.uba.ar`, con asunto **Entrega2**. Tengan en cuenta que en caso de optar por la segunda opción tendrán que buscar algo que les permita insertar ecuaciones y símbolos matemáticos en el texto (si saben usar LaTeX es lo ideal, si no, hay otras opciones como por ejemplo el editor de ecuaciones de Word).
- Si alguno de los ejercicios no les sale, pueden entregar sólo el otro (pero no usen esto como excusa para no pensarlo!).
- La fecha límite para esta entrega es el **Jueves 3 de mayo**.
- Recuerden que el objetivo de estas entregas es ir afianzando la práctica en la escritura de demostraciones y que puedan recibir una devolución de las mismas. No son una instancia formal de evaluación de la materia.

Ejercicio 1

Determinar **todos**[1] los valores de $p \in \mathbb{R}$ para los cuales la serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} n^p \left(\frac{1}{\sqrt{n+1}} - \frac{1}{\sqrt{n}} \right)$$

es convergente.

Ejercicio 2

Sea $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ una sucesión de números reales, no necesariamente positivos, tal que $\lim_{n\to\infty} a_n = 0$. Para cada $n \in \mathbb{N}$ definimos $b_n = 2a_{n+1} + a_n$. Demostrar que

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n \text{ es convergente si y sólo si } \sum_{n=1}^{\infty} b_n \text{ es convergente.}$$

[1] Observar que para que la resolución esté completa no solamente hay que demostrar que la serie converge para los valores hallados, sino también que no converge para los demás valores de p.