

1. **Coleccionista de cupones** Un aficionado compra cada día una figurita para completar su álbum de  $n$  figuritas. Si la figurita que le toca cada día es independiente a la que le toca en los otros días y además, es equiprobable entre las  $n$  figuritas, calcular la esperanza y la varianza del número de días que tarda en completar el álbum.
2. Calcular la esperanza y la varianza de la distribución  $\Gamma(\alpha, \lambda)$ .
3. Sea  $X$  la variable aleatoria con distribución  $Exp(\lambda)$ , con  $\lambda = \frac{1}{100}$ ,

$X =$  peso de una roca extraída de una mina (Tn.)

Se dispone de una balanza que pesa hasta 200 toneladas. Sea  $Y$  la variable aleatoria

$$Y = \text{peso de la roca en la balanza} = \begin{cases} X & \text{si } 0 \leq X \leq 200 \\ 200 & \text{si } X > 200 \end{cases}$$

Hallar  $E(Y)$ .

4. Se arroja  $n$  veces una moneda sesgada. La probabilidad de que salga cara en un tiro es  $p$ . Se define una racha como una sucesión de tiros con igual resultado (cara:  $c$ , ceca:  $s$ ). Por ejemplo, la sucesión

ccccsscccccc

contiene 5 rachas. Hallar la esperanza y la varianza del número de rachas en  $n$  tiros.

*Sugerencia:* Considerar las siguientes variables aleatorias

$$X_j = \begin{cases} 1 & \text{si el resultado del tiro } (j+1) \text{ es distinto del resultado del tiro } j \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

para  $j = 1, \dots, (n-1)$ .

5. Una partícula está inicialmente ubicada en el origen del plano. En cada instante, realiza un salto de longitud uno, en direcciones aleatorias, independientes entre sí. Sean  $\theta_i$  v.a.i.i.d con  $\theta_i \sim U(0, 2\pi)$ . Definamos  $(X_i, Y_i) = (\cos(\theta_i), \sin(\theta_i))$ , el salto que da en el instante  $i$ ésimo.
  - (a) Determinar la posición en el plano de la partícula luego de  $n$  pasos en términos de las variables definidas.
  - (b) Calcular la esperanza del cuadrado de la distancia desde el origen hasta la posición de la partícula luego de  $n$  pasos.
  - (c) Calcular la covarianza entre las coordenadas que indican la posición de la partícula luego de  $n$  pasos.