Probabilidades y Estadística (C)
Tipos de convergencias, desigualdad de Tchabichev.

Clase Práctica 14
1er cuat. 2018

---

1. Se redondean 50 números al entero más cercano y luego se los suma. Si el error de redondeo de cada número es una variable aleatoria $\mathcal{U}(0:5;0:5)$; y son todas independientes, acotar la probabilidad de que la suma resultante difiera de la suma exacta por 3 o más unidades.

2. Sean $(X_n)_{n\in\mathbb{N}}$ una sucesión de v.a. tales que X_n toma el valor 0 con proba $\dfrac{1}{2n^\alpha}$ con $\alpha > 0$ y el valor 5 con proba $1 - \dfrac{1}{2n^\alpha}$. Probar que $(X_n)_{n\in\mathbb{N}}$ converge en probabilidad a 5. (Probarlo "directamente" y usando la desigualdad de Chebichev).

3. Sea $(X_n)_{n\in\mathbb{N}}$ una sucesión de v.a. i.i.d con función de densidad dada por $f(x) = \dfrac{2x}{\theta^2} I_{(0,\theta)(x)}$. Probar que $Y_n := max\{X_1, ..., X_n\}$ converge casi seguramente. (Sug. Usar conv. en distribución para hallar el candidato a límite).

4. Una fábrica produce bombones de chocolate, y los vende en paquetitos de dos unidades: uno negro y uno blanco. El peso (en gramos) de un bombón de chocolate negro es una v.a. X con $E(X) = 50$ y $V(X) = 0{,}15$, y el peso (en gramos) de un bombón de chocolate blanco es una v.a. Y con $E(Y) = 40$ y $V(Y) = 0{,}10$ y el peso (en gramos) de un paquetito vacío es una v.a. Z con $E(Z) = 10$ y $V(Z) = 0{,}05$. Sabemos que las tres variables aleatorias definidas antes son independientes. Se define la v.a. W = peso (en gramos) de un paquetito lleno.

   - Hallar $E(W)$ y $V(W)$.
   - Hallar una cota inferior para la probabilidad de que W este entre 98,5 y 101,5.
   - Si se eligen al azar 10 paquetitos de la fábrica, hallar una cota inferior para la probabilidad de que el peso promedio de los 10 paquetitos este entre 98.5 y 101.5.
   - Cuantos paquetitos deberían elegirse para asegurarse que la probabilidad de que el peso promedio este entre 98,5 y 101,5 sea al menos 0,999?