

1. Sea (X, Y) un vector aleatorio continuo con densidad $f_{XY}(x, y) = x(y - x)e^{-y}I_{[0, y]}(x)$.
 - (a) Mostrar que $f_{X|Y=y}(x) = 6x(y - x)y^{-3}I_{[0, y]}(x)$.
 - (b) Mostrar que $f_{Y|X=x}(y) = (y - x)e^{x-y}I_{[0, y]}(x)$.
 - (c) Probar que $\mathbb{E}(X|Y) = \frac{Y}{2}$ y que $\mathbb{E}(Y|X) = X + 2$.
2. Una gallina pone una cantidad N de huevos, donde $N \sim P(\lambda)$. De cada huevo nace un pollito con probabilidad p independiente de los demás. Sea K el número de pollitos que nacieron de los huevos puestos por la gallina.
 - (a) Hallar $p_{K|N=n}$ para cada $n \in \mathbb{N}_0$, $p_{K, N}$ y p_K .
 - (b) Calcular $\mathbb{E}(K|N)$.
 - (c) Calcular $\mathbb{E}(K)$ de dos modos distintos.
 - (d) Calcular $\mathbb{E}(N|K)$ y deducir a partir de este cálculo $\mathbb{E}(N)$.
3. Un minero está atrapado en una mina con tres puertas. La primera puerta lo lleva por un túnel durante 3 horas hasta la salida. La segunda puerta lo lleva por un túnel que lo devuelve a donde está luego de 5 horas, y la tercera lo devuelve al mismo lugar luego de 7 horas. Si asumimos que el minero en la intersección toma cualquiera de las tres puertas con igual probabilidad siempre, entonces calcular $\mathbb{E}(T)$ donde T = 'tiempo que tarda en salir de la mina'.