Probabilidad y Estadística (M).
Clase Práctica 8: Generación de números, cambio de variable y vectores aleatorios.

1. Generar una variable aleatoria que tenga la siguiente función de probabilidad puntual:

x	-2	0	1	5	10
$p_X(x)$	0.25	0.1	0.3	0.2	0.15

2. Sea X con distribución uniforme en el intervalo $[-a, a]$. Hallar la función de densidad de X^2.

3. El monto de transferencias (en miles de pesos) en efectivo realizadas por día en una sucursal bancaria es una variable aleatoria X que tiene la siguiente función de densidad:

$$f(x) = \frac{1}{18}x \quad \mathbf{1}_{(0,6)}(x)$$

   a) Sea la variable aleatoria $Y = \frac{X^2}{3}$, halle $F_Y(y)$ y $f_Y(y)$. A qué familia pertenece esta distribución?

4. Una urna contiene 15 bolitas Blancas y 10 Negras. Se extraen **tres** bolitas sin reposición y se definen las v.a. $X = \mathbf{1}_{\{\#B\ par\}}$ e $Y =$ "Cantidad de bolitas negras extraídas"

   a) Hallar p_{XY} y F_{XY}.
   b) Calcular las marginales.
   c) ¿Son independientes X e Y?

5. Sea (X, Y) un vector aleatorio con densidad conjunta

$$f_{XY}(x, y) = c\,\frac{x^2}{y^2}\,\mathbf{1}_{[-1,1]}(x)\mathbf{1}_{(x^2,+\infty)}(y)$$

   a) Hallar c.
   b) Hallar f_X y f_Y.
   c) Calcular $P(Y \leq 1 | 0 \leq X \leq 1)$.
   d) Hallar $f_{Y|X=\frac{1}{3}}(y)$ y $P(\frac{1}{10} \leq Y \leq 1 | X = \frac{1}{3})$.

6. Sea la función de densidad conjunta del vector (X, Y):

$$f_{XY}(x, y) = \frac{1}{4}(1 + x^3y - xy^3)\mathbf{1}_R(x, y)$$

   Siendo $R = \{(x, y) : -1 \leq x \leq 1,\ -1 \leq y \leq 1\}$.

   a) Probar que X e Y son uniformes.
   b) Calcular $P(X < Y^2)$.
   c) ¿Son independientes X e Y?